Modèle pour la propagation et l'absorption sonore dans les milieux poreux.
Application à la propagation dans les champs intenses

J. F. Allard, Y. Aurégan,
Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (IAM),
UMR CNRS 6613,
avenue O. Messiaen,
72085 Le Mans CEDEX 9

M. Pachebat,
Société d'Acoustique Industrielle,
38 rue de Wissous,
91320 Wissous

Les méthodes et concepts concernant la description de la propagation du son dans les couches poreuses, qui sont à la base des prédictions de l'absorption, sont exposés dans le présent travail. La notion de fluide équivalent et les paramètres macroscopiques qui caractérisent les régimes haute et basse fréquences sont définis avec un formalisme mathématique minimal. Les méthodes expérimentales permettant l'évaluation des paramètres macroscopiques sont brièvement décrites.
Les mesures montrent une évolution de la résistivité en fonction du niveau sonore appliqué.
Cette simple variation permet d'expliquer le comportement acoustique dans les champs intenses.

Introduction

Les paramètres macroscopiques traditionnels

L'utilisation des matériaux poreux comme absorbants sonores et la prédiction de leurs performances ont fait depuis longtemps l'objet d'études plus ou moins fondées physiquement.
Un bon témoignage de l'état des recherches à la fin de la Seconde guerre mondiale est l'ouvrage de Zwikker et Kosten [1], écrit sous les bombardements. Dans cet ouvrage apparaissent les rudiments des modèles actuels. L'air dans les structures poreuses est soumis à des interactions très difficiles à décrire à l'échelle microscopique à cause de la complexité de la géométrie de ces structures.

Il est donc avantageux d'examiner à l'échelle macroscopique, dans des volumes suffisamment grands pour que le milieu paraisse homogène, les effets moyens de ces interactions. Ces effets moyens peuvent être caractérisés par des paramètres macroscopiques. Ces paramètres dans l'ouvrage de Zwikker et Kosten sont la porosité ouverte ϕ égale au volume d'air, non emprisonné dans les inclusions fermées, par unité de volume de milieu poreux, la résistivité au passage de l'air σ et une première version de la tortuosité α_∞ notée k_s en référence [1]. Dans une laine de verre, par exemple, la porosité est de l'ordre de 0.99. Les fibres de verre occupent donc une faible proportion du milieu. La résistivité au passage de l'air est facile à définir par l'expérience qui permet de la mesurer. La couche, d'épaisseur *e*, est placée dans un conduit cylindrique comme indiqué en figure 1 et soumise au passage d'un flux d'air *F*.

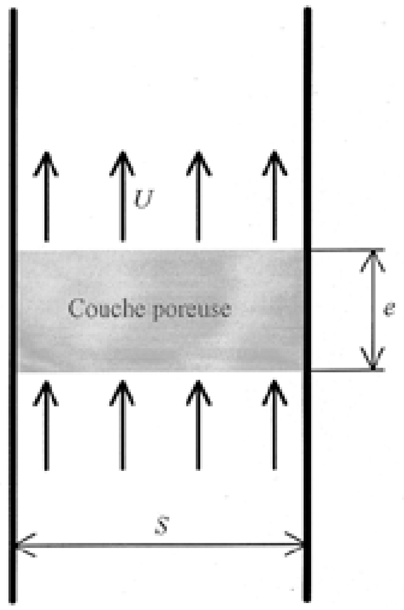

Fig. 1 : Une couche poreuse d'épaisseur *e* dans un conduit dans lequel passe un flux d'air de débit *F = SU*

Une différence de pression Δp doit exister entre les deux faces, et la résistivité est définie par :

$$\sigma = \frac{\Delta p}{eF} \tag{1}$$

C'est une propriété intrinsèque de la structure saturée d'air. Le troisième paramètre, la tortuosité α_∞, correspond dans une première version naïve au fait que si des pores sont présents, ils ne sont pas nécessairement rectilignes et parallèles, comme indiqué sur la figure 2.

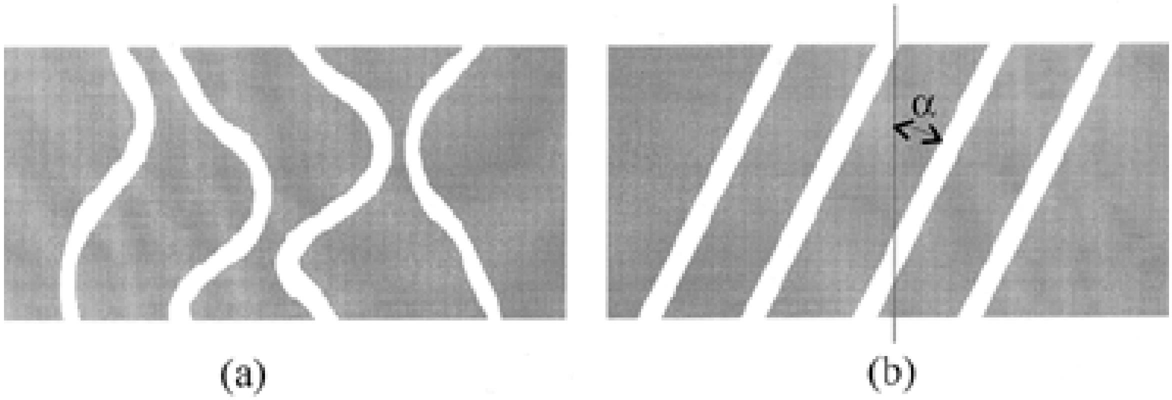

Fig. 2 : Un matériau poreux avec des poreux tortueux (a) et un ensemble de pores inclinés d'un angle α par rapport à la normale aux faces (b)

Une molécule d'air se déplaçant d'une face à l'autre va effectuer un trajet de longueur L supérieure à l'épaisseur. La tortuosité est alors définie par :

$$\alpha_\infty = \left(\frac{L}{e}\right)^2 \qquad (2)$$

et dans le cas de la figure 2-b, $\alpha_\infty = \cos(\alpha)^{-2}$.

Avec ces trois paramètres, Kosten et Zwikker ont tenté de décrire la propagation du son dans les milieux poreux en utilisant le concept de fluide équivalent tel qu'il peut être défini dans un ensemble de pores cylindriques à section droite circulaire.
Quelques brefs rappels concernant la propagation du son dans un pore à section droite circulaire sont maintenant nécessaires.

Fluide libre équivalent à l'air dans un pore circulaire

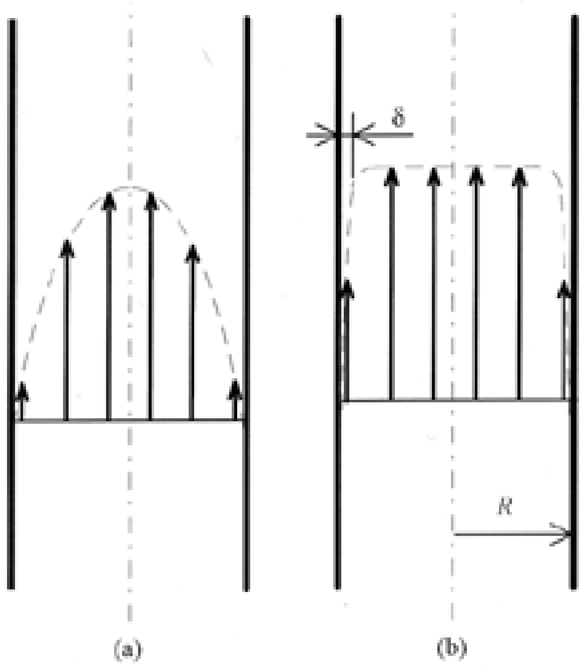

Fig. 3 : Régime permanent dans un pore (a) et régime haute fréquence (b)

En figure 3, les vitesses des molécules d'air sur une section droite sont représentées en différents points de la section pour un flot continu (figure 3-a) et quand une onde se propage dans le pore (figure 3-b). Dans ce dernier cas il faut aussi considérer que les vitesses varient sinusoïdalement avec le temps. Au contact avec la paroi du pore, la vitesse des molécules d'air est nulle à cause de la viscosité de l'air. Si la viscosité de l'air était nulle, les 2 profils seraient plats. Il apparaît en figure 3-b que le profil est plat au centre du pore et que seule une zone de petite épaisseur proche de la paroi est concernée par le freinage visqueux. L'épaisseur de la zone concernée varie inversement à la racine carrée de la fréquence. C'est l'épaisseur de couche limite δ.

$$\delta = (2\eta \,/\, \omega\rho)^{1/2} \qquad (3)$$

où η est la viscosité de l'air, $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence, et ρ est la densité de l'air (η = 1,8x10^{-4} Poiseuille, ρ = 1,2 kg/m^3).

Quand la fréquence décroît suffisamment on retrouve une distribution de vitesse comparable à celle de la figure 3-a. On peut définir un régime haute fréquence qui correspond à un rapport $\delta/R<<1$, R étant le rayon des pores circulaires et un régime basse fréquence pour δ/R proche ou plus grand que 1.

Parallèlement aux forces de viscosité, il y a des échanges thermiques entre l'air et les parois du pore. Au passage d'une onde, la variation périodique de pression crée une variation périodique de température dans l'air. Pour la plupart des milieux poreux, la capacité calorifique de la structure est beaucoup plus grande que celle de l'air et la température de la structure reste constante malgré les échanges thermiques.

La structure impose sa température constante à l'air en contact. Dans un pore, l'influence de la structure sur la température de l'air s'étend, comme pour la vitesse, sur une épaisseur comparable à l'épaisseur de la couche limite. On sait que pour l'air libre aux fréquences audibles, l'incompressibilité de l'air est adiabatique. Il en sera de même au voisinage de l'axe du pore en régime haute fréquence.

Par contre au contact de la paroi, cette incompressibilité est isotherme puisque la structure impose une température constante. On peut définir un fluide équivalent dans un pore de la façon suivante. Le fluide équivalent est un fluide libre qui possède les mêmes propriétés que celles, moyennées sur une section droite d'un pore, de l'air interagissant avec la structure.
Pour l'air libre soumis à un gradient de pression dans une direction Ox, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (4)$$

où v_x est la vitesse dans la direction Ox des molécules d'air.

L'incompressibilité χ vérifie l'équation :

$$\Delta p = \chi \frac{\Delta V}{V} \qquad (5)$$

dans laquelle Δp est la variation de pression créée par une variation de volume ΔV du volume V.

En moyennant les incompressibilités dans le pore sur une section droite, on peut obtenir une incompressibilité χ_1 caractéristique de l'air dans le pore. En moyennant les vitesses sur une section droite, on peut obtenir une relation similaire à l'équation (4) :

$$\rho_1 \frac{\partial \overline{v_x}}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (6)$$

dans laquelle ρ_1 est la densité effective du fluide libre équivalent à l'air dans le pore. Aux fréquences suffisamment élevées, la densité effective et incompressibilité effective dépendent d'une façon simple de l'importance relative de la "zone d'influence" de la paroi, donc du rapport δ/R.

Les expressions de l'incompressibilité χ_1 et de la densité effective ρ_1 dans des pores à section droite circulaires et des fentes à faces parallèles sont données dans les ouvrages cités en références [1] et [2].

Milieux à pores fictifs

Les géométries des structures sont complexes, et les modèles généraux de Johnson [3]–[4] et Lafarge [5] sont récents. Auparavant, pour obtenir des modèles, les acousticiens ont dû remplacer ces structures par des distributions équivalentes de pores ou de fentes [6] pour lesquelles on dispose depuis longtemps de description correcte de la propagation. Que ce soit une laine de verre ou un tas de sable, il n'y a guère de ressemblances entre une structure poreuse ordinaire et un ensemble de pores cylindriques. Un premier pas arbitraire consiste à définir une distribution de rayons pour une géométrie sans pores circulaires ni rayons a fortiori.

Certains paramètres macroscopiques comme la résistance au passage de l'air, la porosité et la tortuosité peuvent être exactement pris en compte par une distribution de pores circulaires. Il y a néanmoins de forte contraintes introduites par les modèles à pores fictifs qui n'existent pas pour les géométries réelles [5], [7].

Les modèles généraux

Des travaux effectués par Johnson et coll. [3], [4] ont fourni une formulation générale de la densité effective à partir d'un nombre limité de paramètres macroscopiques bien définis physiquement. Concernant l'incompressibilité, des travaux similaires ont été faits par Lafarge et coll. [5].

Certains aspects importants de ces modèles sont indiqués dans ce qui suit. Les travaux de Johnson entrent dans le cadre d'études effectuées pour la prospection pétrolière. Dans ce cadre il faut citer l'œuvre de Brown [8], qui a proposé une méthode simple de mesure de la tortuosité, et la généralisation de ce concept pour des matériaux poreux quelconques. La méthode est symbolisée en figure 4.

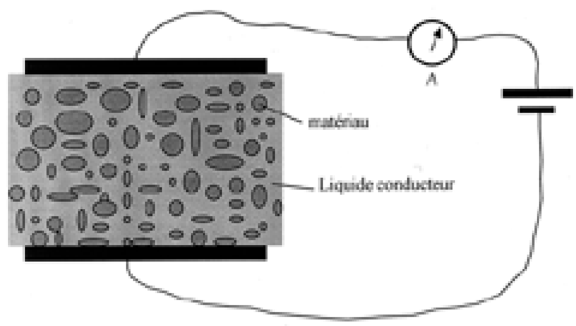

Fig. 4 : La mesure de la résistivité d'un échantillon poreux situé par un liquide conducteur permet d'évaluer la tortuosité

Elle consiste à saturer la structure avec un fluide conducteur de résistivité r_f et de mesurer la résistivité r_s de la structure saturée. La tortuosité α_∞ est donnée par :

$$\alpha_\infty = \phi r_s / r_f \qquad (7)$$

Johnson a montré l'existence d'un paramètre noté Λ, la dimension caractéristique visqueuse, qui est égale au rayon pour les pores à section circulaire. Il a ensuite montré qu'il était possible d'exprimer d'une façon générale pour la plupart des géométries poreuses la densité effective par l'expression suivante :

$$\rho_f = \rho\alpha_\infty \left(1 + \frac{i\eta\phi}{\rho\alpha_\infty k_0 \omega} \left[1 - 4\frac{k_0^2 \alpha_\infty^2 i\omega\rho}{\Lambda^2 \phi^2 \eta} \right]^{1/2} \right) \qquad (8)$$

dans laquelle k_0 est la perméabilité visqueuse, $k_0 = \eta / \sigma$.

À partir d'une démarche similaire, il a été montré que pour les échanges thermiques il existait une dimension caractéristique thermique L'égale comme L à R pour les pores circulaires et qu'il était possible d'obtenir une expression générale de l'incompressibilité sous la forme

$$\chi_f = \gamma P_0 \Bigg/ \left\{ \gamma - (\gamma - 1) \left(1 + \frac{i\eta\phi}{P_r \rho k'_0 \omega} \left[1 - 4\frac{P_r k_0'^2 i\omega\rho}{\Lambda'^2 \phi^2 \eta} \right]^{1/2} \right)^{-1} \right\} \qquad (9)$$

où P_0 est la pression atmosphérique, γ le rapport des chaleurs spécifiques, et P_r le nombre de Prandtl ($\gamma = 1{,}4$ et $P_r = 0{,}71$ pour l'air). La quantité k'_o est la perméabilité thermique, reliée simplement à la constante de piégeage de la structure poreuse.
Cette quantité est évaluée facilement à partir de la mesure de cf en régime basse fréquence, elle-même effectuée avec la méthode de Tarnow [9]. Cette mesure passe par l'étude de l'amortissement de la résonance quart d'onde d'un tuyau fermé dont le fond, successivement, est nu puis tapissé d'une couche poreuse. Le principe de la mesure est illustré par la figure 5.

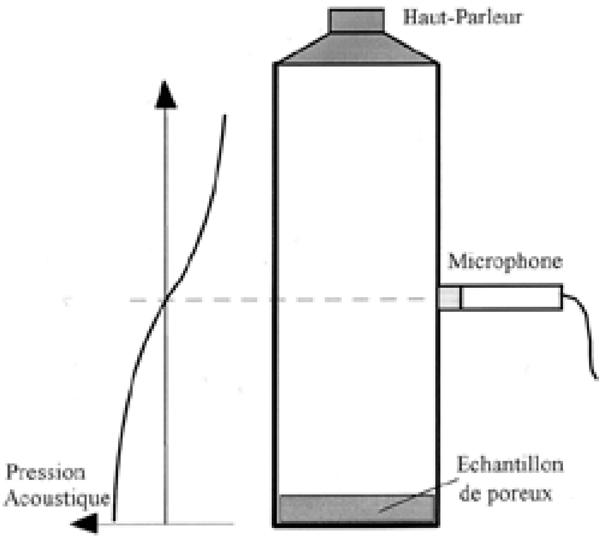

Fig. 5 : La mesure de la surtension autour de la résonance quart d'onde d'un tube au niveau du microphone, le tube étant successivement vide et son fond tapissé d'une couche poreuse permet d'évaluer k'_0

L'évaluation de Λ et Λ' peut se faire en mesurant la vitesse et l'amortissement d'impulsions ultrasonores à travers une couche poreuse [10]. La méthode de mesure est représentée symboliquement en figure 6.

Notons que toutes les expériences symboliques représentées sont très simples à réaliser.

Connaissant la densité effective et incompressibilité effective, il est facile de calculer en fonction de l'angle d'incidence le coefficient de réflexion et l'absorption pour un panneau plan. Des mesures précises de ces quantités en incidence oblique jusqu'à l'incidence rasante sont possibles par holographie acoustique en champ proche.

Notons que les modèles exposés ci-dessus sont associés à une structure poreuse immobile. Si la structure vibre, il faut utiliser un modèle plus complexe, la théorie de Biot [11]. En général, quand un panneau poreux est soumis à un champ acoustique aérien, seul l'air dans le panneau est mis en mouvement car la structure est trop lourde pour être excitée par le champ aérien.

Néanmoins si le panneau est recouvert d'un écran imperméable, les forces exercées sur l'écran vont ébranler la structure, et la théorie de Biot doit être utilisée.

Comportement dans les champs acoustiques intenses

Dans un grand nombre d'applications industrielles, les matériaux poreux peuvent être soumis à des champs acoustiques intenses comme dans les silencieux industriels, les pots d'échappement d'automobiles, les réacteurs d'avions... Dans ce cas la validité des modèles généraux linéaires définis ci-dessus n'est pas établie.

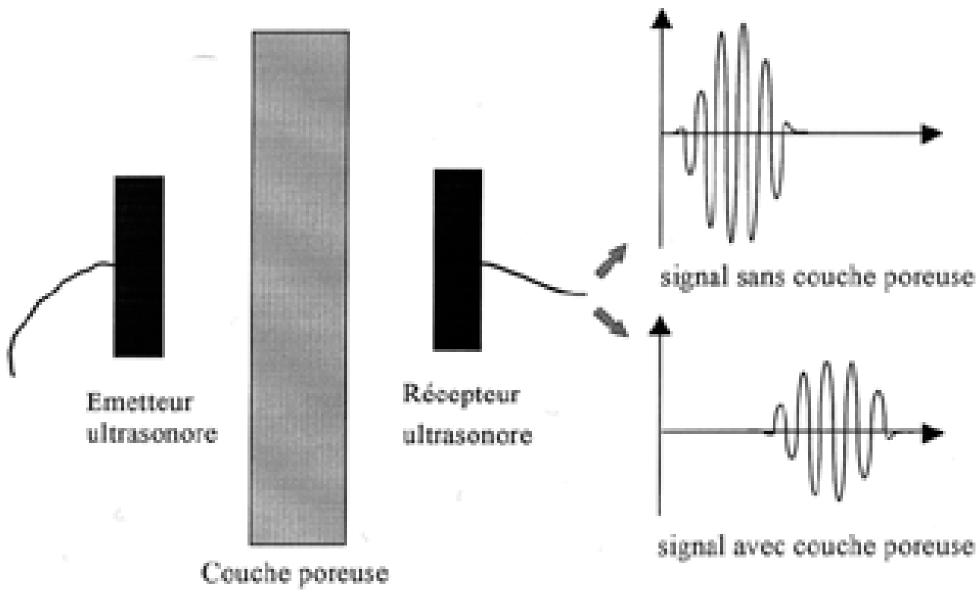

Fig. 6 : Représentation symbolique de l'expérience permettant la mesure de Λ et Λ'

La résistivité, définie par la relation (1), augmente non-linéairement lorsque le flux d'air au travers d'une couche de poreux s'accroît. L'analyse de mesures d'impédance, réalisées à fort niveau acoustique, montre la possibilité de prendre en compte de manière simple le comportement non linéaire du matériau, par la modification de la seule résistivité en fonction du niveau sonore.

Variation de la résistivité

Pour mesurer la variation non-linéaire de la résistivité, on compare la résistance au passage de l'air de l'échantillon (chute de pression/débit) à une résistance étalon dont la dépendance avec le débit est connue (figure 7).

Une mesure très fine est nécessaire pour discerner la forme de la faible variation de la résistivité en fonction du débit d'autant que deux expressions concurrentes de cette variation non-linéaire sont avancées dans la littérature [12].

La variation de résistivité pour une mousse polyuréthanne est donnée sur la figure 8 en fonction du nombre de Reynolds à l'intérieur du matériau poreux défini par :

$$R_e = 2\rho U \Lambda / \eta$$

où U est la vitesse de l'air dans le matériau [13]- [14].
Ces résultats laissent apparaître deux types de comportement de la résistivité, de part et d'autre d'un nombre de Reynolds critique R_e^c .

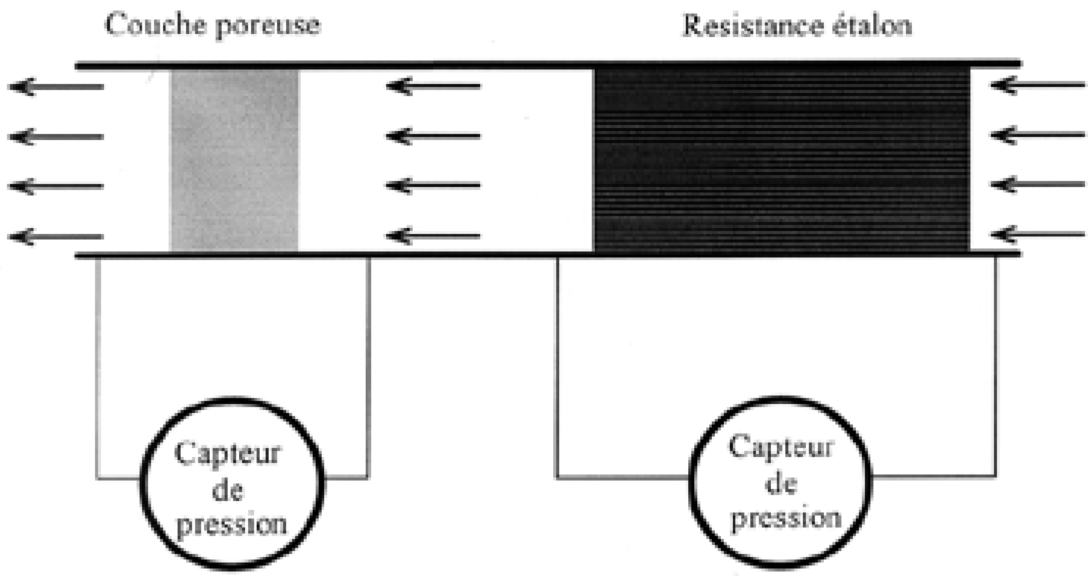

Fig. 7 : Expérience permettant la mesure de la variation non-linéaire de résistivité

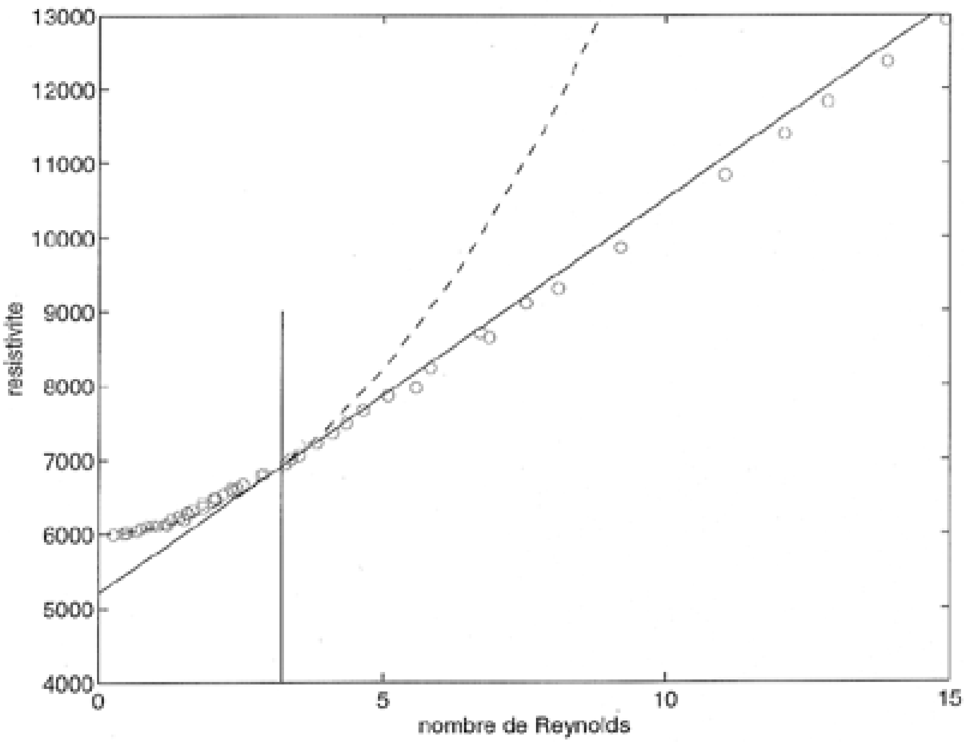

Fig. 8 : Variation de la résistivité en fonction du nombre de Reynolds

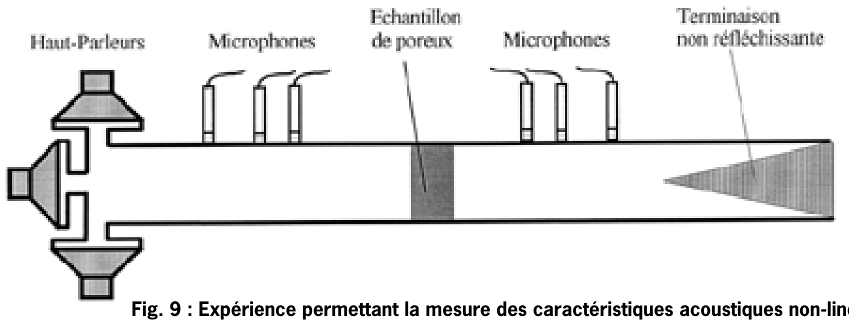

Fig. 9 : Expérience permettant la mesure des caractéristiques acoustiques non-linéaires

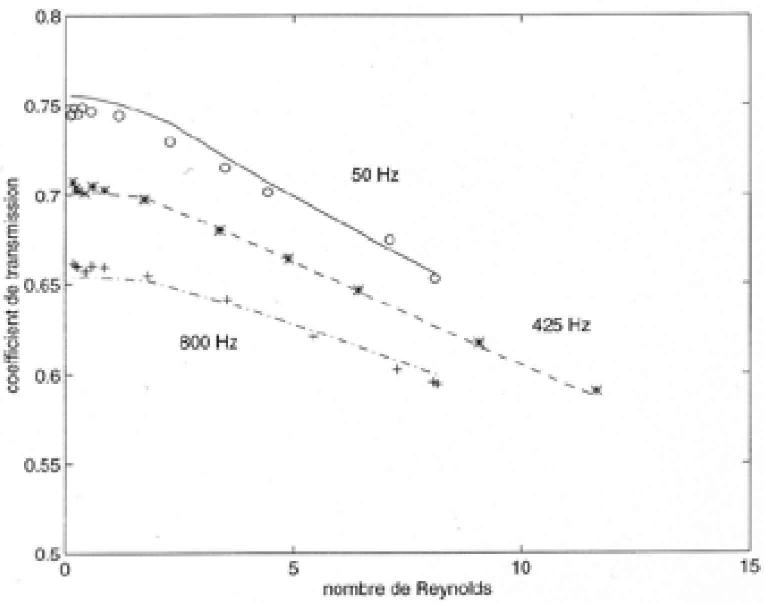

Fig. 10 : Variation du module du coefficient de transmission en fonction du nombre de Reynolds pour différentes fréquences (symboles : mesure, traits : théorie)

Ces mesures sont comparées aux modèles généraux dans lequel seule la résistivité s est modifiée dans la relation (8) en fonction du niveau dans le matériau. L'accord entre les mesures et les modèles généraux modifiés est bon quels que soient le niveau et la fréquence mesurés.
On peut donc en conclure que les modèles généraux de fluide équivalent, décrits par les relations (8) et (9), restent applicables lorsque le niveau s'accroît quand la valeur de la résistivité est corrigée en fonction du niveau acoustique existant dans le matériau poreux.

Tant que le nombre de Reynolds est inférieur à R_e^c la variation de résistivité est quadratique en fonction du nombre de Reynolds $\sigma = \sigma_0\left(1 + C_2 R_e^2\right)$

À partir du nombre de Reynolds critique, cette variation est linéaire $\sigma = \sigma_0\left((1 - C_0) + C_1 R_e\right)$ en accord avec la loi de Forchheimer.

Variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du niveau sonore

Pour déterminer expérimentalement les coefficients de réflexion et de transmission au travers d'un échantillon de matériaux poreux en fonction du niveau sonore, le dispositif décrit sur la figure 9 est utilisé [13]- [14]. Un échantillon de poreux est inséré dans un tube où un niveau sonore élevé est créé à l'aide de 6 haut-parleurs. Le champ acoustique est mesuré en avant et en arrière du poreux à l'aide de 2x3 microphones. À partir de la connaissance de ce champ, la vitesse acoustique est déterminée dans le matériau. Les coefficients de réflexion et de transmission acoustiques sont alors calculés en fonction du niveau sonore pour différentes fréquences, voir figure 10.
Le niveau sonore est caractérisé par la vitesse acoustique dans le poreux (et non par le niveau de pression) puisque c'est cette grandeur qui intervient dans la variation de la résistivité.

Références bibliographiques

[1] C. Zwikker and C.W. Kosten, Sound absorbing materials, Elsevier, New-York, 1949.

[2] J.-F. Allard, Propagation of sound in Porous Media, modelling sound absorbing materials, Chapman & Hall, London, 1993.

[3] D.L. Johnson, J. Koplik, and L.M. Schwartz, New pore-size parameter characterizing transport in porous media, Phys. Rev. Lett. 57, 2564-2567 (1986).

[4] D.L. Johnson, J. Koplik, and R. Dasken, Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, J. Fluid. Mech. 176, 379-402 (1987).

[5] D. Lafarge, P. Lemarinier, J.-F. Allard, and V. Tarnow, Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies, J. Acoust. Soc. Am. 102, 1995-2006 (1997).

[6] K. Attenborough, Models for the acoustical properties of air-saturated granular media, Acta Acustica 1, 213-226 (1993).

[7] J.-F. Allard, M. Henry, and J. Tizianel, Sound propagation in air-saturated random packings of beads, J. Acoust. Soc. Am.104 (1998).

[8] R.J.S. Brown, Connexion between formation factor of electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media, Geophysics 45, 1269-1275 (1980).

[9] A. Debray, J.-F. Allard, W. Lauriks, and L. Kelders, Acoustic measurement of the trapping constant of porous materials, Rev. Sci. Instrum.68, 4462-4465 (1997).

[10] P. Leclaire, K. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Browt, and B. Castagnède, Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air, J. Appl. Phys 80, 2009-2012 (1996).

[11] M.A. Biot, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, J. Acoust. Soc. Am., 28, 168-191, (1956).

[12] M. Firdaouss, J.-L. Guermond, and P. Le Quéré, Nonlinear corrections to Darcy's law at low Reynolds numbers, J. Fluid. Mech. 343, 331-350 (1997).

[13] M. Pachebat, Comportement des matériaux absorbants dans les champs acoustiques intenses. Modélisation de traitement acoustiques réactifs à réaction non locale dans les conduits, Thèse d'acoustique de l'Université du Maine (1997).

[14] Y. Aurégan et M. Pachebat, Comportement des matériaux absorbants dans les champs acoustiques intenses., Rapport de contrat n° 94061 du ministère de l'environnement (1997)