

Reconstitution de forces dynamiques stationnaires excitant un carter cylindre de moteur

Q. Leclere,
C. Pezerat,
B. Laulagnet,

Laboratoire Vibrations Acoustique,
INSA Lyon,
20, avenue A. Einstein,
69100 Villeurbanne,
E-mail : leclere@lva.insa-lyon.fr

L. Polac,
RENAULT,

Direction de la Mécanique,
67, rue des bons Raisins,
92500 Rueil-Malmaison

L'expérience décrite dans ce papier fait partie d'une étude plus large concernant la reconstitution des efforts dynamiques internes d'un moteur en fonctionnement à partir de mesures d'accélération. Trois pots vibrants munis de capteurs de force ont été fixés sur les paliers vilebrequin d'un carter cylindre suspendu. Les pots ont été alimentés par des générateurs de bruit blanc, suivant différentes configurations de corrélation, et les accélérations de la structure ont été mesurées sur différents points sur les paliers et les faces externes de la structure. L'objectif de cette première étape expérimentale est de développer une méthode de mesure indirecte permettant de reconstituer les efforts à partir de données d'accélération, soit à partir d'un modèle éléments finis, soit à partir de fonctions de transfert mesurées. Des méthodes basées sur la pondération des moindres carrés ont été utilisées dans le but de filtrer efficacement les données d'accélération. Les efforts calculés à partir des différentes méthodes ont été comparés aux efforts directement mesurés par les capteurs.



Une mesure directe des efforts dynamiques internes excitant un moteur en fonctionnement est techniquement irréalisable. L'objectif de ce papier est d'exposer la mise en œuvre d'une méthode inverse permettant de reconstituer ces efforts à partir de données d'accélération. Ce type de méthode, basée sur l'inversion des relations linéaires entre les accélérations et les excitations d'une structure, est connu pour être très sensibles au bruit sur les données d'entrée mesurées.

Dans le cadre de la présente étude, la localisation des excitations est une donnée connue : elles sont situées principalement au niveau des paliers vilebrequin, et à l'intérieur des chambres de combustion. Dans le but d'optimiser la formulation du problème inverse, il est nécessaire d'injecter cette information *a priori*. La technique la plus utilisée pour de tels problèmes est de représenter la structure par une matrice de fonctions de transfert (matrice de transfert) entre les points d'excitations considérés et les points de mesure d'accélération ([1], [2]).

Les forces reconstruites par l'inversion du modèle sont ainsi situées exclusivement sur les points d'excitations définis *a priori*. Les différentes méthodes présentées dans ce papier sont basées sur cette technique, et la matrice de transfert utilisée a été obtenue par l'expérience et à partir d'un modèle numérique.

Théorie

Formulation du problème

La relation linéaire existant entre les points de mesure et d'excitation d'une structure est représentée dans le domaine fréquentiel par une matrice $[H_{(\omega)}]_{m \times n}$ dépendante de la fréquence, chaque terme $H_{(\omega),j}$ étant la fonction de transfert entre le point d'excitation j ($j \in [1 \dots n]$) et le point d'accélération i ($i \in [1 \dots m]$). Le comportement dynamique de la structure peut être exprimé par un système linéaire (1). Ce système permet de calculer un vecteur d'accélérations $\{x_{(\omega)}\}_m$ à partir d'une matrice de transfert et d'un vecteur de forces $\{f_{(\omega)}\}_n$. C'est la formulation du problème direct.

$$\{x_{(\omega)}\}_m = [H_{(\omega)}]_{m \times n} \{f_{(\omega)}\}_n \quad (1)$$

Le calcul des efforts $\{f_{(\omega)}\}_n$ à partir d'une matrice de transfert (calculée ou mesurée) et d'accélérations mesurées $\{x_{(\omega)}\}_m$ est qualifié d'inverse car il nécessite l'inversion du système algébrique (1) modélisant le système physique.

Si $m < n$, le problème inverse a une infinité de solutions, car il y a un manque de données d'entrée : une infinité de vecteurs de force pourrait produire, via le modèle direct, le vecteur d'accélérations mesuré.

Si $m = n$, et si $[H_{(\omega)}]$ n'est pas singulière (i.e. ses colonnes sont linéairement indépendantes), la solution unique du problème inverse est obtenue en calculant l'inverse de $[H_{(\omega)}]_{m \times n}$:

$$\{f_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{n \times n})^{-1} \{x_{(\omega)}\}_n \quad (2)$$

Cependant, le système peut en pratique être surdéterminé ($m > n$), on dispose de plus de données d'entrées (points d'accélération) que de données de sortie (points d'excitation). Dans ce cas, si $[H_{(\omega)}]_{m \times n}$ est de rang maximum n , le problème possède une solution unique. Pourtant, il y a dans la plupart des cas de légères erreurs entre le modèle (matrice de transfert calculée ou mesurée) et la structure réelle, ou entre l'accélération réelle et l'accélération mesurée, de manière à ce que le problème inverse n'ai pas de solution mathématique (i.e. il n'existe pas de vecteur $\{f_{(\omega)}\}_n$ vérifiant (1), en connaissant $[H_{(\omega)}]_{m \times n}$ et $\{x_{(\omega)}\}_m$). Néanmoins, la solution physique existe, et le problème doit être formulé de façon différente ([3]) : la quasi-solution $\{f_{(\omega)}\}_n$ minimisant la quantité $\| [H_{(\omega)}]_{m \times n} \{f_{(\omega)}\}_n - \{x_{(\omega)}\}_m \|$ va devoir être recherchée. C'est la célèbre solution au sens des moindres carrés. Cette quasi-solution est obtenue en calculant la pseudo-inverse $[H_{(\omega)}]^+$ de $[H_{(\omega)}]$.

$$\{f_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{m \times n})^+ \{x_{(\omega)}\}_m \quad (3)$$

avec $([H_{(\omega)}]_{m \times n})^+ = [([H_{(\omega)}]_{m \times n})^* ([H_{(\omega)}]_{m \times n})]^{-1} ([H_{(\omega)}]_{m \times n})^*$

($[H_{(\omega)}]_{m \times n})^*$ représentant la transposée de la conjuguée de $[H_{(\omega)}]_{m \times n}$

Application à des résultats de mesures stationnaires

Les transformées de Fourier des accélérations, utilisées dans l'équation (3), ne sont pas directement disponibles lors de mesures stationnaires. En effet, les quantités classiques mesurées sont des auto et inter-spectres moyennés. La manière d'utiliser de tels résultats de mesure dépend du niveau de cohérence du système.

Sources complètement corrélées

Dans le cas de sources complètement corrélées, toutes les accélérations mesurées sont cohérentes. Ainsi, un vecteur de transformées de Fourier des accélérations $\{x_{(\omega)}\}$ peut être déduit de données auto et inter spectrales. Un point de référence est choisi, et les phases de tous les points de mesure sont acquises par rapport au point de référence. Chaque terme de $\{x_{(\omega)}\}$ peut être reconstruit (4).

$$x_{i(\omega)} = \frac{G_{x_{ir}}}{G_{x_{rr}}} \quad (4)$$

Avec $G_{x_{ir}}$ l'inter-spectre entre l'accélération i et l'accélération de référence r , et $G_{x_{rr}}$ l'autospectre de l'accélération r

Sources complètement décorrélées

Quand les sources sont complètement décorrélées, leurs contributions en chaque point du système peuvent être additionnées en énergie. Le système (1) devient (5) :

$$\{ |x_{(\omega)}|^2 \}_m = [|H_{(\omega)}|^2]_{m \times n} \{ |f_{(\omega)}|^2 \}_n \quad (5)$$

Dans ce cas, seule la mesure des autospectres est nécessaire. La matrice à inverser devient $[|H_{(\omega)}|^2]_{m \times n}$. Le problème des moindres carrés doit satisfaire une contrainte particulière : la solution $\{ |f_{(\omega)}|^2 \}_m$ doit être positive.

$$\{ |f_{(\omega)}|^2 \}_m = ([|H_{(\omega)}|^2]_{m \times n})^+ \{ |x_{(\omega)}|^2 \}_m \quad \text{avec } \{ |f_{(\omega)}|^2 \}_m \geq 0 \quad (6)$$

Le calcul de la solution au sens des moindres carrés ne peut pas être réalisé comme pour l'équation (3). Un algorithme spécial appelé non negative least squares, basé sur la SVD, permet de trouver la solution non négative $\{ |f_{(\omega)}|^2 \}_m$ minimisant la quantité $\| [|H_{(\omega)}|^2]_{m \times n} \{ |f_{(\omega)}|^2 \}_m - \{ |x_{(\omega)}|^2 \}_m \|$ ([4]).

Sources partiellement corrélées

Si les accélérations mesurées sont partiellement cohérentes, et si l'on ne dispose pas d'information a priori sur le niveau de corrélation des sources, une troisième méthode peut être utilisée. Cette méthode a pour avantage d'être applicable quelque soit le niveau de cohérence du système, et pour inconvénient de nécessiter la mesure simultanée de toutes les accélérations. Les deux membres de l'équation (3) sont multipliés par leur complexe conjugué.

$$\begin{aligned} \{f_{(\omega)}\} \{f_{(\omega)}\}^* &= ([H_{(\omega)}])^+ \{x_{(\omega)}\} \{x_{(\omega)}\}^* ([H_{(\omega)}])^{+*} \\ \text{ou } [Gf_{(\omega)}] &= ([H_{(\omega)}])^+ [Gx_{(\omega)}] ([H_{(\omega)}])^{+*} \end{aligned} \quad (7)$$

Avec $[Gf]$ et $[Gx]$ les matrices interspectrales d'excitation et d'accélération

Ainsi, l'intégralité des auto et interspectres est injectée dans le problème.

Conditionnement du problème

Un problème bien posé au sens de Hadamard doit satisfaire trois conditions :

- La solution existe,
- La solution est unique,
- La solution est stable vis-à-vis de petites variations des données d'entrée.

Pour le problème des moindres carrés, les deux premières conditions sont satisfaites si la matrice à inverser est de rang n . La troisième nous permet de quantifier le caractère mal posé d'un problème : on peut l'assimiler aux degrés d'amplification, par le processus d'inversion, d'une erreur aléatoire sur les données d'entrées. Pour un problème linéaire basé sur l'inversion d'une matrice, il est connu que ce facteur de multiplication d'erreur est lié au nombre de conditionnement de la matrice. Le nombre de conditionnement, pour une matrice rectangulaire, est le rapport entre la plus grande et la plus petite valeur singulière. Ce rapport va augmenter de façon importante quand la matrice va être quasiment singulière, i.e. quand une dépendance linéaire va apparaître entre les colonnes.

Dans le cas de matrices de transfert, ce problème peut apparaître dans plusieurs cas :

- Les efforts reconstitués sont trop proches, de manière à ce qu'ils produisent le même profil de déformation sur les points de mesure.
- Au voisinage des résonances d'un système peu amorti : toutes les forces contribuent alors à la même déformée modale. Les colonnes de la matrice de transfert sont quasi-proportionnelles, son rang est proche de 1.
- En basse fréquence, quand certaines forces, reconstruites dans la même direction, contribuent au même mode de corps solide.
- Plus généralement, quand le nombre de modes excités est inférieur au nombre de forces reconstruites. Le rang de la matrice de transfert est alors au maximum égal au nombre de modes sollicités.

Pondération des moindres carrés

La méthode des moindres carrés minimise la norme de $\{R_{(\omega)}\}_m = ([H_{(\omega)}]_{m \times n} \{f_{(\omega)}\}_n - \{x_{(\omega)}\}_m)$. C'est une norme euclidienne, l'importance de chaque terme de $\{R_{(\omega)}\}_m$ dans le processus de minimisation dépend de sa valeur au carré. $\{R_{(\omega)}\}_m$ peut être pondéré de manière à donner plus ou moins d'importance à certaines lignes du système :

$$\{R_{(\omega)}\}_m = [W_{(\omega)}]_{m \times m} ([H_{(\omega)}]_{m \times n} \{f_{(\omega)}\}_n - \{x_{(\omega)}\}_m) \quad (8)$$

avec $[W_{(\omega)}]_{m \times m}$ la matrice diagonale de pondération.

Le système (3) peut être reformulé avec $[W_{(\omega)}]_{m \times m}$:

$$\{f_{(\omega)}\}_n = ([H_{(\omega)}]_{m \times n})^{w+} \{x_{(\omega)}\}_m \quad (9)$$

avec la pseudo-inverse pondérée

$$([H_{(\omega)}]_{m \times n})^{w+} = ([W_{(\omega)}]_{m \times m} [H_{(\omega)}]_{m \times n})^+ [W_{(\omega)}]_{m \times m}$$

Normalisation du système

Une première approche de pondération est de donner des importances équivalentes pour la minimisation aux mouvements raides qu'aux mouvements plus souples. Cela peut être fait en normalisant le système (5) de manière à ce qu'un vecteur d'excitations unitaires décorréelées produise un vecteur d'accélération unitaire.

$$W_{(\omega),i} = \left(\prod_{j=1}^n \gamma_{i,j}^2(\omega) \right)^p$$

Ainsi, le système (5) est normalisé par $[W_{(\omega)}^2]_{m \times m}$, et le système (3) par $[W_{(\omega)}]_{m \times m}$.

Pondération fonction des cohérences de la matrice de transfert

Si la matrice de transfert est mesurée, un bon indicateur de sa validité est sa matrice de cohérence associée. Un moyen de minimiser l'erreur introduite en cas de bruit important est de pondérer chaque ligne de la matrice de transfert par le produit de ses cohérences associées (7), amplifié par un paramètre p.

$$(W_{(\omega),i})^2 = \left(\sum_{j=1}^n |H_{i,j}(\omega)|^2 \right)^{-1}$$

Structure réelle et modèle numérique

La matrice de transfert est soit obtenue par la mesure sur la structure réelle, soit calculée avec un modèle éléments finis (EF). La structure réelle est un carter cylindre de moteur diesel Renault F9Q718, suspendu en conditions libre-libre (figure 1). Le modèle EF est constitué de 15 000 nœuds et 11 000 éléments.

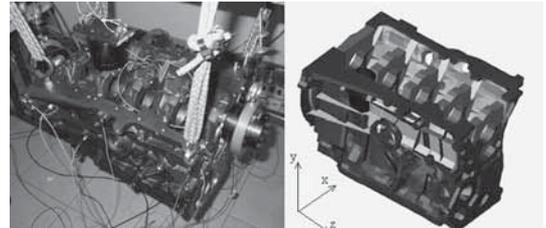


Fig. 1 : Structure réelle et modèle éléments finis

Le modèle EF a été recalé en module d'Young, de manière à faire correspondre sa première résonance à celle de la structure réelle. Les fonctions de transfert entre les 3 points d'excitation et les 13 points de mesure ont été mesurées et calculées. Les points d'excitation sont situés sur les paliers n° 1 et 5 sur l'axe z (axe vilebrequin) et n° 2 sur l'axe y (cf. pots sur la figure 1).

5 points de mesure sont situés sur les 5 paliers sur l'axe z, 1 sur le palier n° 2 sur l'axe y, et les autres sont distribués sur l'enveloppe externe de la structure. 2 fonctions de transfert, calculées et mesurées, sont tracées sur la figure 2 page suivante.

Phases d'acquisition

Trois configurations d'excitations bruit blanc ont été étudiées : une première avec 3 pots alimentés par 3 générateurs différents, une seconde avec 2 des 3 pots alimentés par le même générateur, et une troisième avec un seul générateur pour les 3 pots. Les points d'excitation et de mesure sont les mêmes que pour les calculs et les mesures de fonctions de transfert. L'intégralité de la matrice interspectrale a été acquise pour chaque configuration, de manière à comparer les différentes méthodes introduites en paragraphe 2.2.

Reconstruction des efforts

Effet de la normalisation du système

La figure 3 montre une amélioration, grâce à la normalisation du système, de la reconstruction au palier n° 2, particulièrement dans la zone des modes de paliers (1 000 Hz - 1 400 Hz).

En effet, la raideur de la structure est vraiment hétérogène dans cette bande de fréquence. La normalisation du système est un outil intéressant pour tenir compte les mouvements les plus raides.

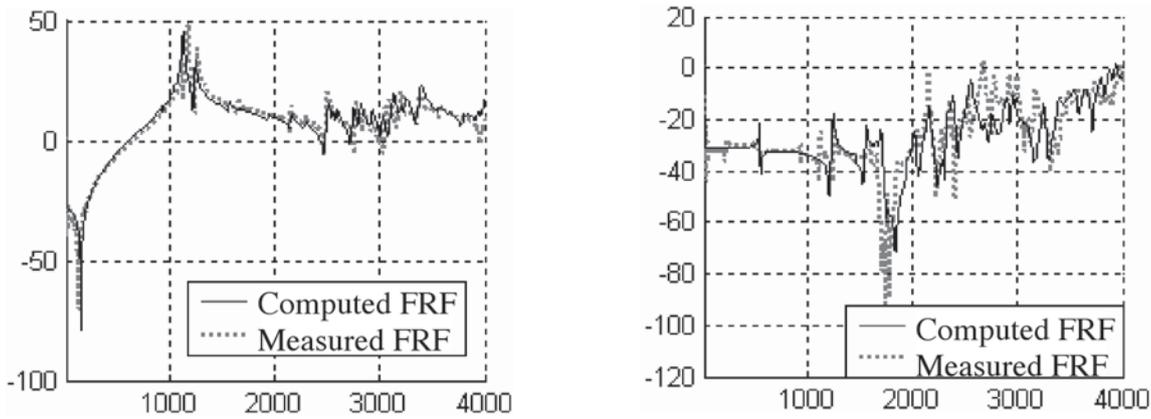


Fig. 2 : Fonctions de transfert calculées et mesurées. À gauche : réponse et excitation sur le palier n° 5 (axe z). À droite : réponse sur l'enveloppe externe et excitation sur le palier 2 (axe y)

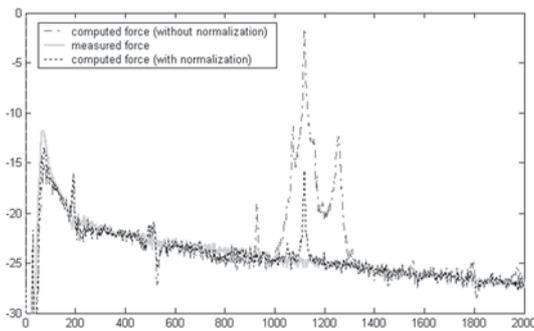


Fig. 3 : Excitation mesurée et calculée (avec et sans normalisation) au palier n° 2

le secteur et amplifiées par l'inversion sont efficacement filtrées, et que la reconstruction est globalement améliorée.

Sensibilité à l'erreur de biais

La reconstruction des excitations a été réalisée avec une matrice de transfert calculée pour évaluer l'influence de l'erreur de biais introduite par le modèle. Les résultats sont comparés aux reconstructions obtenues avec la matrice de transfert mesurée sur la figure 5. On constate que l'effort calculé à partir de la matrice mesurée est très

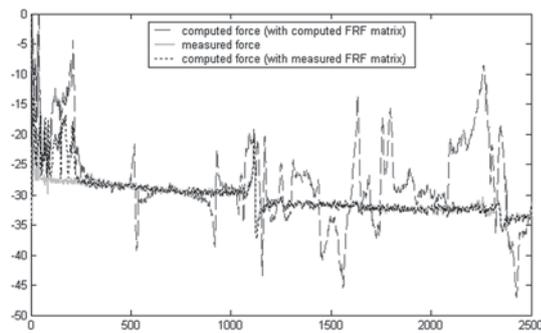


Fig. 5 : Excitation mesurée et calculée (avec la matrice de transfert mesurée et calculée) au palier n° 5 (axe z)

proche de l'effort directement mesuré. Cependant, l'effort reconstruit avec la matrice calculée en est très loin. Ce résultat montre l'influence importante de l'erreur de biais sur la fiabilité de la méthode.

Effet de la pondération basée sur les cohérences

Le rôle de la pondération basée sur les cohérences de la matrice de transfert mesurée est clairement illustré par la figure 4. On peut voir que les interférences causées par

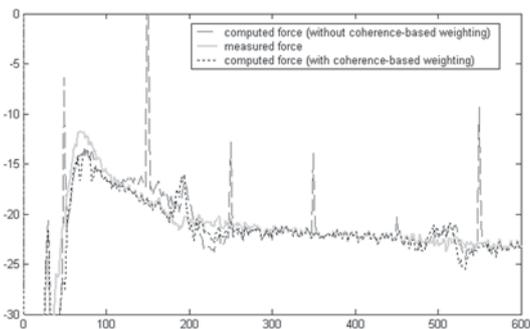


Fig. 4 : Excitation mesurée et calculée (avec et sans pondération basée sur les cohérences) au palier n° 2

Comparaison des différentes méthodes d'inversion

Les trois méthodes introduites dans le paragraphe "Application à des mesures stationnaires" ont été utilisées pour résoudre le problème dans les trois

configurations de corrélation des sources. On peut dire que les trois méthodes, utilisées en concordance avec leurs limites sur le niveau de corrélation, donnent des résultats équivalents. Les excitations sont reconstruites avec succès, excepté en basse fréquence (en dessous de 250 Hz) sur l'axe z (voir figure 5). En effet, on cherchait à identifier deux efforts sur cet axe, et en basse fréquence, ils excitaient le même mode rigide. C'est pourquoi ces deux efforts, en BF, n'ont pu être identifiés. Le problème pouvait alors être qualifié de mal posé.

Conclusion

Différentes méthodes utilisant les résultats de mesures stationnaires classiques ont été utilisées avec succès pour résoudre un cas expérimental de mesure indirecte d'efforts. Leurs limites d'utilisation en relation avec le niveau de corrélation des sources ont été clairement

définies. Des solutions efficaces visant à améliorer le processus d'inversion ont été présentées. Cependant, les limitations des méthodes sont : leur sensibilité à l'erreur de biais entre la structure réelle et le système utilisé pour obtenir la matrice de transfert, et leur obligation de satisfaire aux conditions d'un problème bien posé.

Références bibliographiques

- [1] T.J. ROGGENKAMP et R.J. BERNHARD. "Indirect measurement of multiple random force spectra". Proceedings of inter-noise 93, Leuven, Belgium.
- [2] P. MAS, P. SAS, et K. WYCKAERT. "Indirect force identification based upon impedance matrix inversion : a study on statistical and deterministical accuracy". Proceedings of the 19th International Seminar on Modal Analysis, Sept. 1994, Leuven, Belgium.
- [3] A. TIKHONOV et V. ARSENEINE. "Méthodes de résolution de problèmes mal posés". Ed. Mir. 1976.
- [4] C. LAWSON et R.J. HANSON. "Solving Least Squares Problems", Prentice-Hall, 1974.



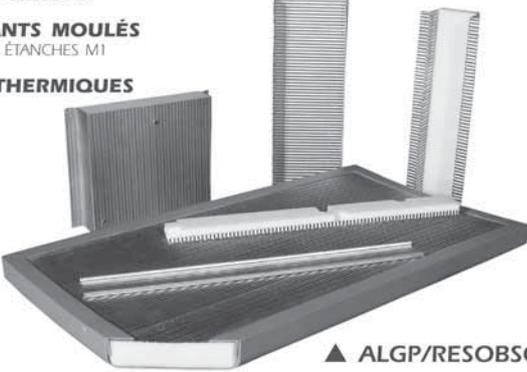
PROCÉDÉS ET PRODUITS POUR LA RÉDUCTION DU BRUIT

ENAC propose un ensemble complet de produits et systèmes d'insonorisation hautes performances parfaitement adaptés aux contraintes de vos marchés. Notre service de **RECHERCHE & DÉVELOPPEMENT** ainsi que notre **LABORATOIRE ACOUSTIQUE INTÉGRÉ** nous permettent de vous offrir des solutions industrielles optimisées.

NOUVEAU

- **ALGP/RESOBSON®**
SYSTÈME ABSORBANT/ISOLANT PARAMÉTRABLE COMPOSÉ D'UNE PLAQUE D'ALUMINIUM MICROPERFORÉE ET GAUFRÉE ASSOCIÉE À UN MATÉRIAU ABSORBANT FIBREUX OU CELLULAIRE.
- **ABSORBANTS MOULÉS**
ÉTANCHES / ÉTANCHES M1
- **ÉCRANS THERMIQUES**

- **AMORTISSEMENT**
- **ABSORPTION**
- **ISOLATION**






ISO 9001 : 2000

▲ **ALGP/RESOBSON®**

Rue des Chevries
78410 Aubergenville
Tél. +33(0)1 30 90 08 08
Fax. +33(0)1 30 90 08 11
info@enac.com

Les solutions pour le confort acoustique

DESIGN : WWW.ARJHANS.COM - UNITED KINGDOM