Caractérisation complète des matériaux acoustiques par des mesures ultrasonores

Zine El Abiddine Fellah
Laboratoire « Application des ultrasons à la thérapie »
INSERM, unité 556
151, cours Albert Thomas
69424 Lyon CEDEX 03
e-mail : Fellah@lyon.inserm.fr

Claude Depollier
Laboratoire d'acoustique de l'Université du Maine
UMR CNRS 6613
Avenue Olivier Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 9
e-mail : Claude.Depollier@univ-lemans.fr.

Mohamed Fellah
Laboratoire de Physique Théorique
Institut de Physique
USTHB
BP 32 El Alia
Bab Ezzouar 16111
Algérie

Walter Lauriks
Laboratoire d'acoustique et de thermique
Université catholique de Louvain
Celestijnenlaan 200 D
B-3001 Heverlee
Belgique
e-mail : Walter.Lauriks@fys.kuleuven.ac.be.

Cet article traite de la propagation acoustique dans les matériaux poreux. Les matériaux poreux sont présents dans plusieurs secteurs :
- industriels : réduction des nuisances sonores;
- ou encore médicaux : caractérisation des tissus vivants (os, poumon).

Lors de la caractérisation acoustique de ces milieux, l'utilisation des signaux transitoires tels que les impulsions est très fréquente en laboratoire. Nous présentons ici une modélisation temporelle de la propagation bien adaptée pour de tels signaux. Cette méthode se base sur la modélisation des effets d'atténuation et de mémoire de l'onde acoustique dans le matériau. L'exploitation des données expérimentales en transmission et en réflexion permet la détermination de paramètres pertinents pour la propagation tels que la porosité et la tortuosité. Cette méthode présente l'avantage d'être simple, rapide et efficace.

This paper is devoted to acoustic propagation in porous materials. The characterization of porous materials is of a great interest for a large class of industrial applications. These materials are frequently used in the automotive, aeronautics industries, building trade or in medical applications : characterization of biological tissues (bone, lung). Many of these applications require a study of the behaviour of pulses travelling into porous media. To efficiently cope with the specific problems appearing in the transient acoustic field propagation, new approaches are required. This paper provides a temporal model of the direct and inverse scattering problem for the propagation of transient ultrasonic waves in a homogeneous isotropic slab of porous material having a rigid frame. This time domain model of wave propagation takes into account the viscous and thermal losses of the medium described by fractional scattering operators. Reflection and transmission scattering operators for a slab of porous material are derived from the responses of the medium to an incident acoustic pulse. Porosity, tortuosity, viscous and thermal characteristic lengths are determined from the expressions of these operators. Experimental and numerical validation results of this method are presented. This method has the advantage of being simple, rapid and efficient.

Les matériaux poreux sont omniprésents dans notre environnement :

- à l'état naturel, où les sols et les roches sont les exemples les plus courants ;
- dans l'industrie, où les matériaux de construction comme le béton et les revêtements routiers sont souvent utilisés pour réduire les nuisances sonores ;
- en médecine, où l'analyse de certains tissus vivants comme les tissus osseux ou les poumons, nécessite une description en teneur de matériaux poreux.

C'est pourquoi sur le plan des applications, les matériaux poreux représentent des intérêts considérables. Que ce soit pour analyser les signaux sismiques obtenus dans l'industrie pétrolière ou pour optimiser l'efficacité d'un matériau acoustique, ou encore pour diagnostiquer certaines pathologies, la caractérisation de ces matériaux est primordiale.

Par caractérisation, on entend :
- la mesure des paramètres physiques qui décrivent statistiquement la structure interne du matériau poreux ;
- et la modélisation de l'interaction fluide-structure lors du passage d'une onde acoustique.

Classiquement, ces paramètres sont mesurés à partir d'une modélisation fréquentielle de la propagation. Or, l'utilisation des signaux transitoires (pulses, bursts) est très fréquente en réalité expérimentale, ces signaux imposent un modèle de propagation plus proche de la réalité et qui permet d'interpréter directement les résultats expérimentaux.

Cet article présente une modélisation temporelle de la propagation acoustique dans les matériaux poreux, qui se révèle être bien adaptée pour estimer les paramètres décrivant ces matériaux.

Modèle du fluide équivalent

Un matériau poreux est un milieu diphasique constitué d'une partie solide (squelette) et d'une partie fluide. Lors de la propagation d'une onde sonore dans un tel milieu, des interactions entre ces deux phases de natures différentes ont lieu, donnant diverses propriétés physiques non usuelles au milieu poreux. Ne serait-ce qu'en ce qui concerne les propriétés du fluide, la grande surface de contact entre solide et fluide qui est la caractéristique principale des poreux, induit de nouveaux phénomènes de diffusion et de transport dans le fluide, en relation avec la microgéométrie particulière de l'espace poreux.

Il existe plusieurs paramètres géométriques que l'on peut associer à une structure poreuse. Certains dépendent uniquement de la forme du solide poreux et ne varient pas lorsqu'on dilate ou change l'échelle du solide. C'est le cas de la porosité et de la tortuosité. D'autres dépendent des dimensions, c'est le cas des perméabilités visqueuse et thermique qui varient, à forme égale comme une surface et des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique qui varient comme des longueurs.

Le comportement effectif du fluide limité peut différer sensiblement de celui du fluide libre. En général, la microgéométrie apparaît dans tous les phénomènes de propagation via certains paramètres définis. La propagation du son dans le fluide limité par la structure solide présente, en dehors de son intérêt propre, les deux aspects de diffusion et de transport, essentiels dans les phénomènes cités. De ce point de vue, elle constitue un exemple particulièrement démonstratif, ainsi qu'un objet d'étude pour caractériser la manière dont la micro géométrie se traduit sur le comportement effectif du fluide. Il est clair que la perturbation acoustique est affectée par la présence de la structure rigide. Celle-ci impose l'annulation de la vitesse et de la température (au sens de la température excédentaire) acoustique dans le fluide, au niveau des surfaces de contacts très nombreuses dans le cas de matériaux poreux. De telles conditions aux limites créent certains rotationnels de vitesses et gradients de températures dans le fluide qui génèrent à leur tour une dissipation visqueuse et thermique (lorsque le fluide saturant est un liquide, la dissipation thermique est généralement négligeable par rapport à la

Les paramètres géométriques associés à une structure poreuse

Porosité ϕ

La porosité d'un matériau poreux saturé par un fluide est définie par le rapport $\phi = V_a/V_t$ où V_a représente le volume du fluide qui sature le milieu et V_t le volume total. Cette grandeur est sans dimension, pouvant varier de 0 (matériau solide non poreux) à 1 (fluide libre).

Tortuosité α_∞

La tortuosité est un paramètre géométrique décrivant l'aspect sinusoïde des pores, cet aspect est la cause essentielle du couplage inertiel entre fluide et la structure, qui apparaît comme une masse ajoutée au fluide. La tortuosité prend sa plus faible valeur (α_∞=1) dans le cas de matériaux poreux ayant des pores droits et de grandes valeurs (α_∞= 1.5, 2) pour les matériaux les plus résistifs.

Longueur caractéristique visqueuse Λ

Les travaux de Johnson et al en 1987 [1] ont permis une avancée considérable dans la caractérisation des effets visqueux en introduisant la longueur caractéristique visqueuse Λ donnée par :

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int_S u_m^2 dS}{\int_V u_m^2 dV},$$

où u_m est la vitesse microscopique d'un fluide parfait incompressible, S l'aire de l'interface entre les phases solide et fluide et V le volume du fluide. La longueur Λ est donc un paramètre géométrique. Cette définition vaut pour une surface solide fluide régulière et pour une épaisseur de couche limite faible devant le rayon de courbure caractéristique de l'interface. Lorsque la surface des pores présente des singularités (pointes), cette définition de la longueur caractéristique n'est plus valable. Le paramètre Λ est un indicateur de la taille des pores étroits, lieu privilégié des échanges visqueux.

Longueur caractéristique thermique Λ'

En 1991, Champoux et Allard [3] ont introduit par analogie avec Johnson et al un paramètre géométrique appelé la longueur caractéristique thermique donnée par :

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int_S dS}{\int_V dV}$$

En d'autres termes Λ' est le double du rapport du volume fluide sur la surface de contact totale entre le solide et le fluide. Le facteur 2 est introduit pour que dans le cas des pores cylindriques, Λ' correspond au rayon des pores. La longueur Λ' est un indicateur de la taille des grands pores, lieu privilégié des échanges thermiques.

Résistivité spécifique au passage d'un fluide σ

Lorsqu'un matériau poreux placé dans un tube aux parois étanches, est traversé par un fluide, il apparaît une différence de pression entre ces deux faces libres. Il existe une relation de proportionnalité entre débit Q_v et chute de pression ΔP donnée par la loi de Darcy $\Delta P = RQ_v$ le coefficient R correspond à la résistance au passage du fluide et peut donc se définir comme le rapport $\Delta P/Q_v$. Pour un matériau poreux homogène, cette résistance est proportionnelle à la longueur d de l'échantillon et inversement à sa section droite S. On peut définir alors, la résistivité comme étant la résistance spécifique au passage d'un fluide. Notée σ, cette résistivité est définie par : $\sigma = (S/d)R$.

dissipation visqueuse). A priori, on devrait donc s'attendre à ce que les matériaux poreux ne soient pas transparents du point de vue, or, bien au contraire, ces matériaux sont particulièrement adaptés à la dissipation de l'énergie sonore incidente.

Dans le fluide libre, on peut négliger les phénomènes de pertes si l'on s'intéresse à la propagation sur des distances pas trop importantes vis-à-vis de la longueur d'onde. Il suffit alors de donner la densité ambiante et le module d'incompressibilité adiabatique du fluide pour le caractériser entièrement du point de vue de la propagation des ondes acoustiques. En particulier, constante de propagation et impédance caractéristique sont réelles et donnée par $q=\omega(\rho_0/K_a)^{1/2}$ (1), $Z_c=(\rho_0 K_a)^{1/2}$ (2). Dans le fluide limité par la structure poreuse, et pour les raisons indiquées précédemment, les pertes doivent être prises en considération et dépendent de la fréquence. Constante de propagation et impédance caractéristique deviennent, du fait de l'existence de phénomènes irréversibles de pertes, deux fonctions complexes de la pulsation ω, *$q(\omega)$ et $Z(\omega)$*. Ces fonctions décrivent un comportement effectif du fluide au niveau macroscopique, étant entendu que la longueur d'onde de la perturbation reste grande devant les dimensions microscopiques du réseau poreux.

Les relations (1) et (2) peuvent être maintenues en introduisant les densités et incompressibilités effectives *$\rho(\omega)$, $K(\omega)$* du fluide, fonctions complexes de la pulsation ω : $q(\omega)=\omega(\rho(\omega)/K(\omega))^{1/2}$, $Z_c(\omega)=(\rho(\omega)K(\omega))^{1/2}$ représente la densité apparente à la fréquence $\omega/2\pi$. Les deux fonctions *$\rho(\omega)$* et *$K(\omega)$* généralisent, pour le fluide limité, les constantes physiques ρ_0 et K_a du fluide libre. Nous les écrirons sous la forme, $\rho(\omega)=\rho_0\alpha(\omega)$, $K^{-1}(\omega) = K_a^{-1}\beta(\omega)$

en reportant la dépendance fréquentielle sur les deux facteurs de réponses adimensionnels ou susceptibilité $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$. Le premier est appelé tortuosité dynamique [1] et le second compressibilité dynamique [2].

Dans le fluide libre le mouvement obéit aux équations linéarisées,

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p, \; K^{-1} \frac{\partial p}{\partial t} = -\vec{\nabla}.\vec{v},$$

où v est la vitesse et p la pression. Dans le fluide limité, la réponse linéaire sera définie par les relations

$$\rho(\omega) = \frac{\partial}{\partial t}\vec{v} = -\vec{\nabla} p \; (3), K^{-1}(\omega)\frac{\partial}{\partial t} p = -\vec{\nabla}.\vec{v} \; (4), \text{ où } \vec{v} \text{ et } p$$

sont des moyennes macroscopiques qui intègrent les fluctuations locales au niveau microscopique des pores.

Zwikker et Kosten [3] ont montré que lors de la propagation d'une onde sonore dans un tuyau cylindrique, les effets visqueux et thermiques agissent respectivement sur la densité *$\rho(\omega)$* et la compressibilité *$K(\omega)$* du fluide. Johnson *et al* [1] et Allard [3] ont généralisé ce modèle en proposant le concept de tortuosité et compressibilité dynamique *$\alpha(\omega)$* et *$\beta(\omega)$*.

Une prédiction du comportement acoustique du matériau poreux requiert la détermination des fonctions $\rho(\omega)$ et *$K^{-1}(\omega)$*. Ces dernières ne peuvent dépendre que des caractéristiques physiques du fluide ainsi que de la géométrie du domaine fluide. La géométrie intervient en effet par le biais des conditions d'annulation de la vitesse et température excédentaire aux parois. Comme cette géométrie est invariable, il est clair que les fonctions cherchées sont indépendantes des caractéristiques dynamiques de la structure.

La propagation du son dans un fluide saturant fait intervenir à la fois un caractère de transport et un caractère de diffusion. Le caractère de transport est lié au fait qu'un mouvement global fluide/solide est induit lors de la propagation. Le caractère de diffusion est lié aux dilatations/compressions du fluide. Celles ci ont pour résultat une variation de température fluide/solide (ce dernier restant à température ambiante) entraînant une diffusion de la chaleur, non négligeable si le fluide est un gaz. En outre, dans le cas de la propagation du son, la fréquence du mouvement joue un rôle important. Si les fonctions densité dynamique *$\rho(\omega)$* et compressibilité dynamique *$K(\omega)$* dépendent de la fréquence, c'est que les champs sur lesquels elles sont construites ont une distribution microscopique caractéristique qui évolue en fonction de la fréquence. Ces fonctions peuvent essentiellement être obtenues en prenant la moyenne dans les pores d'un champ canonique des vitesses *$\rho(\omega)$* pour ou d'un champ canonique des températures pour *$K(\omega)$*.

Aux deux extrémités basses fréquences et hautes fréquences, les équations qui gouvernent le comportement acoustique du fluide se simplifient et les paramètres rentrant en jeu sont différents. Il est clair que le caractère du mouvement se modifie aux différentes fréquences, le fluide sonde différents aspects de la micro géométrie. En principe on doit s'attendre à ce qu'il existe une infinité de paramètres géométriques. Mais d'un autre coté, d'un point de vue pratique, l'information apportée par un jeu fini de paramètres basses et hautes fréquences peut être suffisante pour décrire les fonctions *$\rho(\omega)$* et *$K(\omega)$*. Ces fonctions décrivent la réponse du fluide limité, à une certaine action extérieure (gradient de pression harmonique pour ρ, pression uniforme harmonique pour *K*). En réponse à ces actions, il intervient une certaine suite de temps de relaxation associée aux processus de pertes visqueuses et thermiques. Le rapport entre la période du mouvement imposée par l'action extérieure et les différents temps de relaxation détermine le comportement fréquentiel des fonctions de réponses ρ, *K*. Si les temps de relaxation visqueux et thermiques sont découplés, la fonction *$\rho(\omega)$* ne sera construite que sur les temps visqueux, la fonction *$K(\omega)$* que sur les temps thermiques. On peut considérer ceci comme une traduction du principe de déconnexion des effets visqueux et thermiques de Zwikker et Kosten [3], qui devra apparaître comme une conséquence du fait que la longueur d'onde est grande par rapport aux microstructures.

Pour une fréquence donnée, on peut définir une épaisseur de couche limite, respectivement visqueuse et thermique $\delta=(2\eta/\omega\rho_0)^{1/2}$, $\delta'=(2\kappa/\rho_0 C_p\omega)^{1/2}$ où η est la viscosité, ρ_0 la densité, κ le coefficient de conduction thermique, C_p la chaleur spécifique à pression constante et ω la pulsation. Les grandeurs δ et δ' sont respectivement les profondeurs de pénétration des mouvements rotationels visqueux et isothermal. La couche limite considérée est «petite» si la

profondeur de pénétration est petite devant un «rayon» caractéristique des pores. On se situe alors dans les hautes fréquences. La situation inverse correspond aux basses fréquences. En désignant par un «rayon» caractéristique, on peut définir certaines fréquences «de transition» visqueuse et thermique, $\omega_0=8\eta/(\rho_0 r^2)$, $\omega_0=8\kappa/(p_0 C_p r^2)$. Pour ces fréquences, les profondeurs de pénétration sont égales à $r/2$. Elles caractérisent un point central en fréquence, intermédiaire entre basses fréquences et hautes fréquences. C'est vis-à-vis de ces fréquences qu'on parle de hautes ou basses fréquences. Processus visqueux associé au transport, et processus de diffusion thermique, mesurent en effet de manière a priori différente ce que l'on peut appeler un «rayon» des pores. Les temps principaux de relaxation Θ, Θ', visqueux et thermiques, seront alors définis en posant $\Theta\cong 1/\omega_0\cong 8\nu'/\Lambda'^2$ où $\nu\equiv\eta/\rho_0$, $\nu'\equiv\kappa/p_0C_p=\nu/Pr$ avec P_r pour le nombre de Prandtl.

Les susceptibilités dynamiques $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ [5]

Les fonctions $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ décrivent les échanges visco-thermiques entre le fluide et la structure, cause essentielle de l'absorption acoustique dans les matériaux poreux. Ces échanges (comme cela a été indiqué dans le paragraphe précédent) apparaissent en raison des mouvements relatifs fluide/solide et des compressions/dilatations du fluide dû au passage de l'onde. Le domaine fluide affecté par ces échanges peut être estimé en comparant les épaisseurs de peau, visqueuse et thermique δ et δ' à une dimension microscopique caractéristique du milieu, comme un rayon des pores. Ce domaine correspond, pour les effets visqueux, à une zone dans laquelle la distribution des vitesses est considérablement perturbée par les forces de frottements générées au contact de la structure. Pour les échanges thermiques, il s'agit du volume de fluide directement affecté par la condition d'annulation de la température acoustique excédentaire aux parois, l'inertie thermique du squelette étant beaucoup plus grande que celle du fluide.

À basse fréquence, les épaisseurs de peau sont grandes par rapport aux dimensions microscopiques caractéristiques du domaine poreux. Le volume fluide est en totalité soumis aux échanges thermiques et aux effets visqueux. Dans le cas d'un matériau plaqué contre un fond rigide, les pertes dues aux frottements visqueux peuvent être petites par rapport aux pertes thermiques. En effet la vitesse acoustique s'annulant nécessairement sur le fond rigide, elle reste petite à fréquence assez basse dans toute l'épaisseur du matériau considéré (dans la mesure où cette épaisseur devient petite devant une longueur d'onde). Dans ce cas, la dissipation basse fréquence est à relier principalement aux échanges thermiques entre le fluide et la structure. Ces échanges s'effectuent d'autant mieux que la capacité calorifique du squelette qui constitue le poreux est, en général, très supérieure à celle du fluide. Les échanges thermiques entre le fluide et le squelette se produisent alors sans que ce dernier ne subisse de variations notables de température. Le comportement du squelette est semblable à celui d'un thermostat. Le solide a le temps de «refroidir» ou de «réchauffer» le fluide (dans les phases de compressions ou de détente), sans subir lui même de variations de température, et la température du fluide peut raisonnablement être considérée comme uniforme et constante dans l'échantillon. Le système est dit isotherme. L'hypothèse d'annulation de température acoustique aux parois a pratiquement toujours été effectuée dans les diverses modélisations des échanges thermiques et de la fonction $\beta(\omega)$ qui ont été proposés dans la littérature [2]. La valeur limite de $\beta(\omega)$ aux basses fréquences est alors donnée par la valeur isotherme $\beta(0)=\gamma=C_p/C_v$, rapport des chaleurs spécifiques du fluide, différente de la valeur adiabatique haute fréquence $\beta(\infty)=1$. Dans le cas où la quantité du solide présente est très faible (certaines mousses plastiques ou laines de verre) de très grande porosité) la capacité calorifique n'est plus très grande devant celle de la partie fluide, et cette limite basse fréquence doit être considérée. Lorsque la fréquence augmente, les épaisseurs de peau deviennent infimes, et les forces visqueuses se retrouvent concentrées dans un faible volume de fluide, rendant leurs effets quasi négligeables dans la masse fluide. Le comportement global du fluide se rapproche de celui d'un fluide parfait, i. e, sans viscosité. Une description symétrique peut être donnée pour les échanges thermiques à ces fréquences. Les fréquences élevées contribuant, pour un volume élémentaire de fluide, à un taux cyclique de compression/dilatation par unité de temps plus important à basse fréquence, les échanges de chaleur n'ont plus le temps de s'effectuer. Seule une infime couche de fluide aux parois pet encore être maintenue à température acoustique nulle. Le système est adiabatique.

Modélisation temporelle de la propagation

L'utilisation des signaux transitoires lors de la caractérisation acoustique des milieux poreux est très répondue dans la réalité expérimentale. Ces signaux possèdent un large contenu fréquentiel rendant ainsi compliqué toute approche fréquentielle (comme le problème de déroulement du spectre de phase). Les méthodes fréquentielles sont très efficaces pour les signaux monochromatiques, cependant pour les signaux transitoires, l'approche temporelle [6-7] est la mieux adaptée pour plusieurs raisons :

- la modélisation temporelle est souvent plus facile à développer, car plus proche de la réalité exprimentale ;

- dans de nombreuses situations, l'introduction du paramètre temps facilite l'analyse des résultats expérimentaux (matériaux stratifiés) ;

- pour certaines applications, elle est rapide puisqu'elle évite les allers et retours entre domaine temporel et fréquentiel par FFT ; 4-elle fournit une solution élégante au problème direct indispensable pour la résolution du problème inverse ; - enfin, elle est mieux adaptée pour les comparaisons simulation expérience. En contrepartie de ces avantages, il est nécessaire d'utiliser un nouveau formalisme mathématique. Dans l'approche fréquentielle, les grandeurs pertinentes concernant la caractérisation des milieux poreux sont des fonctions de la fréquence qu'on peut interpréter comme des susceptibilités. Alors que les techniques fréquentielles conduisent aux réponses fréquentielles du milieu, dans l'approche temporelle, on s'intéresse plutôt à ses réponses impulsionelles.

Dérivées fractionnaires et modèle du fluide équivalent

Dans le domaine fréquentiel, Johnson *et al* [1] ont proposé un modèle simple décrivant la fonction $\alpha(\omega)$, tortuosité dynamique. Un modèle semblable à celui de Johnson a été établi par Allard *et al* [2, 4] pour la dépendance en fréquence des échanges thermiques entre fluide et structure. Les expressions de $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ sont données par

$$\alpha(\omega) = \alpha_\infty \left(1 + \frac{2}{\Lambda}\left(\frac{\eta}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2}\right),\ \beta(\omega) = 1 + \frac{2(\gamma-1)}{\Lambda'}\left(\frac{\eta}{P_r\rho_0 j\omega}\right)^{1/2}\ (j^2=-1),$$

η la viscosité dynamique du fluide et α_∞, la réponse instantanée du milieu. Pour passer dans le domaine temporel, on utilise l'équivalent temporel de $j\omega$ qui est l'opérateur $\delta/\delta t$. L'expression haute fréquence de $\alpha(\omega)$ et $\beta(\omega)$ comporte le terme

$$\sqrt{1/j\omega}$$

dont l'équivalent temporel est une intégrale fractionnaire d'ordre $^{1/2}$. Le calcul fractionnaire s'exprime par un produit de convolution décrivant l'effet mémoire de l'onde acoustique. La définition de la dérivée fractionnaire de $x(t)$ est donnée par :

$$D^{\lambda}[x(t)] = \frac{1}{\Gamma(-\nu)}\int_0^t (t-u)^{-\nu-1}\, x(u)\,du$$

En utilisant cette définition, les expressions des facteurs de réponse α et β sont alors données dans le domaine temporel par

$$\alpha(\omega) \xrightarrow{t} \alpha_\infty\left(\delta(t) + \frac{2}{\Lambda}\left(\frac{\eta}{\rho_0\pi}\right)^{1/2} t^{-1/2}\right) * ,\ \beta(\omega) \xrightarrow{t} \left(\delta(t) + \frac{2(\gamma-1)}{\Lambda'}\left(\frac{\eta}{P_r\rho_0\pi}\right)^{1/2} t^{1/2}\right) *$$

où $*$ est la convolution temporelle et $\delta(t)$ représente la fonction Dirac. Les équations constitutives (3, 4) se réécrivent pour une propagation unidirectionnelle suivant l'axe x :

$$\rho_0\alpha_\infty \frac{\partial v}{\partial t} + 2\frac{\rho_0\alpha_\infty}{\Lambda}\left(\frac{\eta}{\pi\rho_0}\right)^{1/2}\int_0^t \frac{\partial v/\partial t}{\sqrt{t-t'}}dt' = -\frac{\partial p}{\partial x},\ (5)$$

$$\frac{1}{K_a}\frac{\partial p}{\partial t} + 2\frac{(\gamma-1)}{K_a\Lambda'}\left(\frac{\eta}{\pi P_r\rho_0}\right)^{1/2}\int_0^t \frac{\partial p/\partial t'}{\sqrt{t-t'}}dt' = -\frac{\partial v}{\partial x}.(6)$$

On peut remarquer pour la première équation par exemple que le premier terme représente une force liée aux effets d'inertie et que le second terme comportant la dérivée fractionnaire représente une force due au phénomène visqueux. Ainsi, la dispersion s'exprime par un effet mémoire qui se traduit par une opération de convolution. L'équation d'onde est alors déduite à partir des équations (5, 6) par un calcul élémentaire sous la forme :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - A\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - B\int_0^t \frac{\partial^2 v/\partial t^2}{\sqrt{t-t'}}dt' - C\frac{\partial v}{\partial t} = 0\ (7)$$

où

$$A = \frac{\rho_1\alpha_\infty}{K_a},\ B = \frac{2\alpha_\infty}{K_a}\sqrt{\frac{\rho_0\eta}{\pi}}\left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma-1}{\sqrt{P_r}\Lambda'}\right)\ \text{et}\ C = \frac{4\alpha_\infty(\gamma-1)\eta}{K_a\Lambda\Lambda'\sqrt{P_r}}.$$

Le premier terme est lié à la vitesse $c=A^{-1/2}$ de l'onde dans le fluide saturant le milieu poreux où la densité du fluide est modifiée par le facteur α_∞. Les autres coefficients dépendent essentiellement des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique et et expriment les interactions entre fluide-strcucture. En considérant le problème d'une tranche de matériaux poreux d'épaisseur L, les équations de continuité aux interfaces du matériau et la fonction de Green G du milieu solution [8] de l'équation de propagation, on obtient les expressions des opérateurs de réflexion $R(t)$ et de transmission $T(t)$ [7]

$$R(t) = \frac{\sqrt{\alpha_\infty}-\phi}{\sqrt{\alpha_\infty}+\phi}\delta(t) - \frac{4\phi\sqrt{\alpha_\infty}\left(\sqrt{\alpha_\infty}-\phi\right)}{\left(\sqrt{\alpha_\infty}+\phi\right)^3}G(t),\ T(t) = \frac{4\phi\sqrt{\alpha_\infty}}{\left(\phi+\sqrt{\alpha_\infty}\right)^2}G(t).$$

Dans ces équations, le premier terme de l'opérateur de réflexion représente l'onde réfléchie à la première interface, cette onde est instantanément réfléchie par le matériau et ne dépend que de la porosité ϕ et la tortuosité α_∞, de plus elle n'est pas dispersive étant donné qu'il n'y a pas eu de propagation dans le matériau. Le second terme de l'opérateur de réflexion décrit l'onde réfléchie à la seconde interface, cette onde fait un aller-retour dans le matériau et dépend de la fonction de Green G du milieu et donc des longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques. Les opérateurs de réflexion et de transmission permettent d'une part la prédiction des ondes réfléchies et transmises si les propriétés du matériau poreux sont connues (problème direct), et d'autre part de remonter aux paramètres décrivant les matériaux poreux si les ondes réfléchies et/ou transmises sont connues (problème inverse).

Validation expérimentale

Les expériences sont effectuées dans l'air en utilisant deux transducteurs Panametrics piézoélectriques V 389 ayant une fréquence centrale à 250 kHz. Des pulses de 900 V sont délivrés par un générateur d'impulsions Panametrics 5058 PR. Les signaux reçus sont amplifiés de 90 dB et filtrés au-delà de 1 MHz pour éliminer le bruit haute fréquence. Les perturbations électroniques sont éliminées par des moyennes de 1 000 acquisitions. Les signaux réfléchis sont obtenus en utilisant un seul transducteur du type Ultran NCT2002 en émetteur et récepteur. Ce transducteur a une fréquence centrale de 190 kHz dans l'air et une bande passante de 6 dB allant de 150 à 230 kHz. Le dispositif expérimental est représenté dans la figure 1.

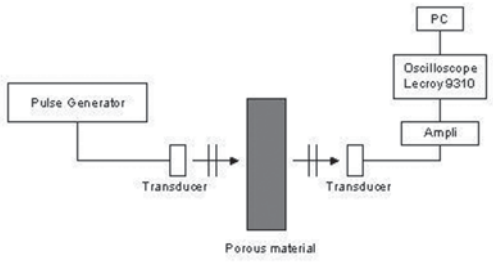

Fig 1 : Dispositif expérimental

Considérons un échantillon de mousse plastique saturé d'air ayant les caractéristiques suivantes : épaisseur 5 cm, tortuosité α_∞=1,07, porosité ϕ = 0,96, longueur caractéristique visqueuse Λ = 270µm, longueur caractéristique thermique Λ'=810 µm. La figure 2 montre le signal incident expérimental délivré par le transducteur

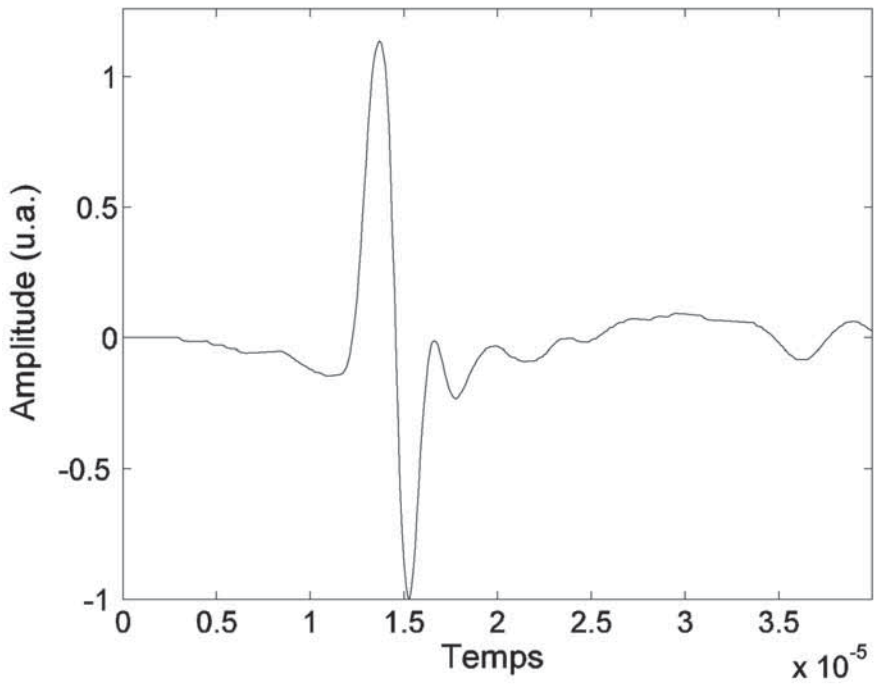

Fig. 2 : Amplitude du signal incident.

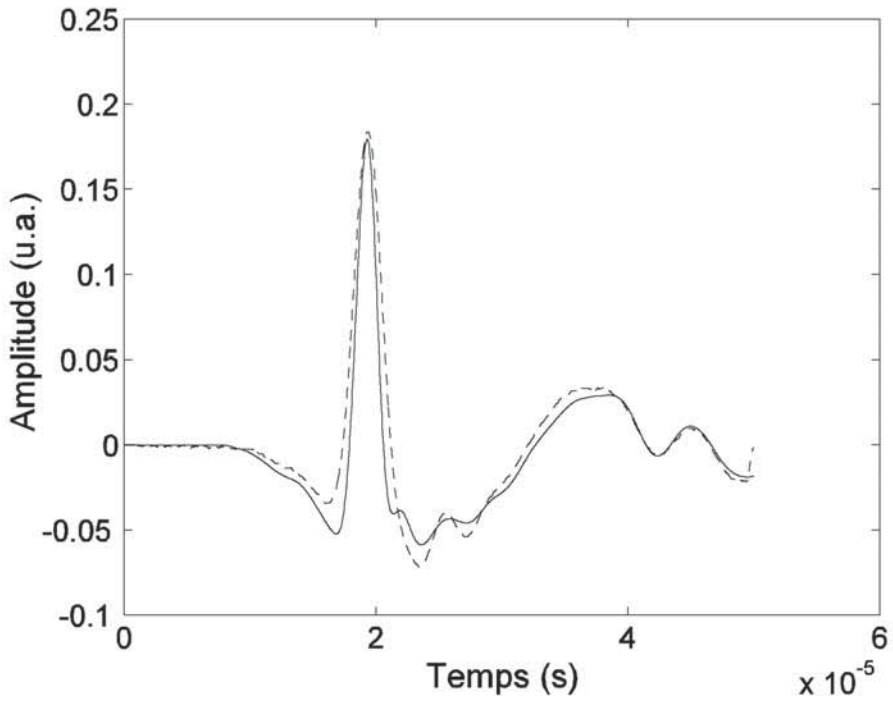

Fig. 3 : Comparaison entre signal transmis expérimental (pointillé) et signal simulé (trait plein) pour la mousse M1.

Panametrics.

Dans la figure 3, on compare le signal transmis expérimental (en pointillé) avec le signal transmis simulé (trait plein). Le signal simulé a été obtenu par la convolution de l'opérateur transmission avec le signal incident expérimental. On peut remarquer que la correspondance entre prédiction théorique et expérience est très satisfaisante aussi bien au niveau de l'amplitude que la dispersion du signal.

Il est également possible de résoudre le problème inverse en remontant aux caractéristiques du milieu connaissant les ondes incidentes, transmises ou réfléchies par une opération d'optimisation entre théorie et expérience comme la méthode des moindres carrés par exemple [9, 10]. La tortuosité et les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique peuvent être optimisées facilement en transmission [7] par contre la porosité n'a pas de sensitivité signifiante en transmission car son effet est carrément masqué par la dispersion de l'onde [9, 10].

De plus cette quantité est difficilement mesurable pour les matériaux poreux saturés d'air [11]. Une solution à ce problème est de mesurer l'onde réfléchie à la première interface qui ne dépend que la porosité et la tortuosité. Il est alors possible d'obtenir la porosité en incidence normale connaissant la tortuosité en transmission, ou encore de remonter à la porosité et la tortuosité simultanément en utilisant des données expérimentales en incidence oblique [12]. Considérons une mesure en réflexion en incidence normale, le signal incident est donné par le transducteur Ultran décrit précédemment. La figure 4 représente le signal incident (pointillé) et réfléchi (trait plein) par la mousse plastique M. Connaissant la valeur de la tortuosité en transmission, on calcule la valeur de porosité après optimisation des ondes réfléchies théoriques et expérimentales. La valeur obtenue est ϕ=0,97, cette valeur est proche de celle donnée par d'autres méthodes non acoustiques [11] ϕ=0,96.

Cette modélisation temporelle basée sur le traitement des signaux acoustiques directement dans le domaine temporel est facile d'utilisation puisque la seule opération à effectuer consiste à faire l'acquisition des signaux expérimentaux observés sur oscilloscope, aucune autre transformation n'est nécessaire. La forme d'un signal acoustique dans le domaine temporel contient suffisamment d'informations physiques pour remonter à ses propriétés acoustiques, sans être obliger de mesurer des grandeurs fréquentielles telles que la vitesse de phase ou l'atténuation. Ces grandeurs sont souvent entachées d'erreurs dans le cas de signaux transitoires puisqu'elles nécessitent un traitement par la transformée de Fourier mal adaptée aux signaux transitoires brefs.

Conclusion

Dans cet article nous avons modélisé la propagation acoustique dans les matériaux poreux à structure rigide directement dans le domaine temporel. Les pertes de nature inertielle et viscothermique ont été prises en compte par des opérateurs décrivant la mémoire de l'onde. Le problème unidirectionnel de la propagation dans une tranche de matériaux a été résolu permettant ainsi l'obtention des opérateurs de réflexion et de transmission dans le domaine temporel (réponses du matériau). Ces opérateurs dépendent des paramètres acoustiques décrivant la propagation acoustique dans le matériau par de simples expressions analytiques. La détermination de ces paramètres a été effectuée directement dans le domaine temporel par simple inversion de la forme de l'onde observée sur oscilloscope. Cette méthode temporelle présente l'avantage d'être simple d'utilisation puisqu'elle ne nécessite pas le passage par la transformée de Fourier et le calcul de grandeurs telles que la vitesse de phase et l'atténuation difficilement accessibles pour les signaux transitoires

Références bibliographiques

[1] D.L. Johnson, J. Koplik, R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media", J. Fluid. Mech. 176, 379-402, (1987).

[2] J.F. Allard, "Propagation of Sound in Porous Media : Modeling Sound Absorbing Materials", Chapman and Hall, London, (1993).

[3] C. Zwikker and C. W. Kosten, "Sound absorbing materials", Elsevier, New York (1949).

[4] Y. Champoux, J.-F. Allard, "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media", J. Appl. Phys. 70, 1975-1983, (1991).

[5] D. Lafarge, "Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique". Thèse de l'université du Maine.

[6] Z.E.A Fellah and C. Depollier, "Transient acoustic wave propagation in rigid porous media : a time-domain approach", J. Acoust. Soc. Am. 107, 683-688, (2000).

[7] Z.E.A. Fellah, M. Fellah, W. Lauriks et C. Depollier, "Direct and inverse scattering of transient acoustic waves by a slab of rigid porous material", J. Acoust. Soc. Am., 113, 61-73 (2003).

[8] Z.E.A. Fellah, M. Fellah, W. Lauriks, C. Depollier, Y. Angel et J.-Y. Chapelon, "Solution in time domain of ultrasonic propagation equation in porous material", Wave motion, 38, 151-163, juin 2003.

[9] Z.E.A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier et M. Fellah "Measurement of the porosity of porous materials having a rigid frame via reflected waves : A time domain analysis with fractional derivatives. "J. App. Phys, 93, 296-303, janvier 2003.

[10] Z.E.A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier, P. Trompette et J.-Y. Chapelon, "Ultrasonic measuring of the porosity and tortuosity of air-saturated random packings of beads", J. Appl. Phys. 93, 9352-9359, juin 2003.

[11] C. Champoux, M.R. Stinson et G.A. Daigle, "Air based system for the measurement f porosity" J. Acoust. Soc. Am., 89, 910-920 (2003).

[12] Z.E.A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier, C. Aristegui et J.-Y. Chapelon "Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence", J. Acoust. Soc. Am. 113 (5), mai 2003.