

Évaluation expérimentale de la force d'interaction roue/rail à partir du bruit de roulement

Experimental assessment of wheel/rail interaction force with rolling noise

Pierre-Emile Chartrain et Estelle Bongini

SNCF

Direction de l'innovation et de la Recherche

40, avenue des terroirs de France

75611 Paris CEDEX 12

E-mail : pierre-emile.chartrain@sncf.fr et estelle.bongini@sncf.fr

Pierre-Olivier Mattei

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique

CNRS, UPR 7051

Aix-Marseille Univ, Centrale Marseille

31, chemin Joseph Aiguier

13402 Marseille CEDEX 20

E-mail : mattei@lma.cnrs-mrs.fr

Résumé

Le bruit de roulement est la principale source de bruit des transports ferroviaires pour des vitesses conventionnelles. Les irrégularités microscopiques appelées rugosité sur les surfaces de la roue et du rail engendrent des vibrations dans la roue et dans le rail qui génèrent du bruit. Le Projet LECAV (LECTure Acoustique de la Voie), propose une méthode basée sur le rayonnement de la roue et du rail permettant de déterminer les propriétés mécaniques et acoustiques et les paramètres associés du système roue/rail. Ces paramètres permettront d'estimer le spectre de rugosité du rail et le taux de décroissance des ondes vibratoires dans la voie. Cette méthode requière la maîtrise du comportement vibroacoustique de la voie et de la roue pour estimer la force d'interaction entre ces deux éléments dans la zone de contact. Une campagne de mesure sur un train d'essai en stationnement sur une voie ballastée est donc réalisée. Les mesures sont analysées et les résultats de l'évaluation de la force excitatrice à partir d'acquisitions simultanées de la pression acoustique et de la vitesse de la roue sont comparés aux mesures et valident la méthode.

Abstract

The main source of railway noise at conventional speeds is rolling noise. The wheel and the rail surfaces are not perfectly smooth, but contain small-amplitude irregularities called roughness. This roughness causes vibration of the wheel and the rail which radiate noise. Within the LECAV project (LECTure Acoustique de la Voie, i.e. Acoustic reading of railway track) a method is developed to use the sound radiated by the wheel and the rail to characterize acoustics parameters of wheel track system during train running. These parameters will allow estimating rail roughness spectrum and potentially track decay rate. This method requires to have control over the vibroacoustic behaviour of the wheel and rail in order to estimate the interaction force between the two elements in the contact zone. therefore a measurement campaign has been carried out on a test train parked on a railway track. The measurements are analysed and results of the estimated excitation force from the simultaneous measurement of the acoustic sound pressure and vibration of the wheel are compared to the measured one to validate the method.

Introduction

Contexte

Le bruit de roulement est la source prédominante du bruit ferroviaire pour des vitesses comprises entre 50 et 300 km/h. Il est généré par les vibrations puis les rayonnements acoustiques de la roue et de la voie provoqués par une excitation issue du contact roue/rail. Le phénomène excitateur est le déplacement imposé à la roue et au rail par les défauts de surface présents sur les bandes de roulement (roue et rail) que l'on appelle rugosité. La puissance acoustique rayonnée dans l'environnement est alors la somme des contributions issues de chaque composant émissif tel que les roues pour le véhicule, le rail et les traverses pour la voie. Le rayonnement du rail est la principale source de bruit pour les fréquences autour de 1 000 Hz. Entre 2 000 et 5 000 Hz, c'est le rayonnement de la roue qui devient prépondérant [1].

La directive européenne 2002/49/EC [2] impose la réalisation de cartographies de bruit dans l'environnement des infrastructures ferroviaires ainsi que l'harmonisation des méthodes utilisées. La rugosité, étant directement liée aux mécanismes de génération du bruit de roulement, est une donnée essentielle à la création de ces cartographies. Une méthode basée sur un système de mesure embarqué est donc proposée et développée pour évaluer la rugosité. Un tel système permettrait également une optimisation de la maintenance de la rugosité du rail.

Approche

La théorie du bruit de roulement proposée dans les années 80 par Remington [3], et implémentée dans TWINS (Track Wheel Interaction Noise Software) démontre que le bruit de roulement résulte de la combinaison des spectres de rugosité de la roue et du rail.

La méthode développée dans le projet LECAV propose d'utiliser un procédé inverse consistant à déterminer la rugosité à partir du bruit de roulement (voir Fig.1).

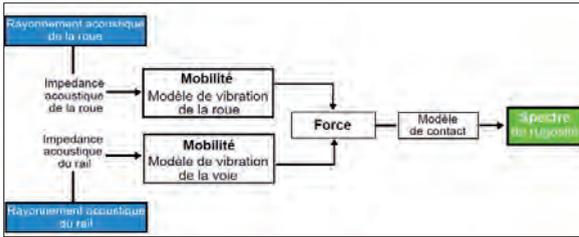


Fig. 1 : Schéma de principe de l'approche LECAV
Principle scheme of LECAV approach

Le rayonnement du système roue/rail est directement lié aux niveaux de vibrations engendrés par la rugosité combinée de la roue et du rail. Dans l'hypothèse où la rugosité de la roue est faible devant celle du rail et/ou connue, le rayonnement du système peut être imputable à la rugosité du rail. Ainsi, en mesurant le rayonnement acoustique du rail et de la roue, il est possible de déterminer leurs niveaux de vibrations ainsi que la force d'interaction. Par l'intermédiaire d'un modèle de contact il est ensuite possible d'estimer le spectre de rugosité du rail. La vibration et la force sont respectivement évaluées à partir de l'impédance acoustique (capacité de rayonnement d'une structure en vibration) et de la mobilité (capacité de déplacement vibratoire de la structure pour une force donnée). Une campagne de mesure a donc été réalisée pour valider et modéliser le comportement vibroacoustique (impédance et mobilité) du système roue/voie.

Protocole de mesure

Dans cet article, seule l'analyse de la roue est présentée. Les mesures ont été réalisées sur un train d'essai en stationnement sur une voie ferroviaire ballastée, dans un environnement proche de celui d'une utilisation opérationnelle. En effet, le chargement de la voie par le poids du train, la mobilité de la voie au point de contact roue/rail, l'effet acoustique du sol et de la caisse du train sont pris en compte (voir Fig. 2).

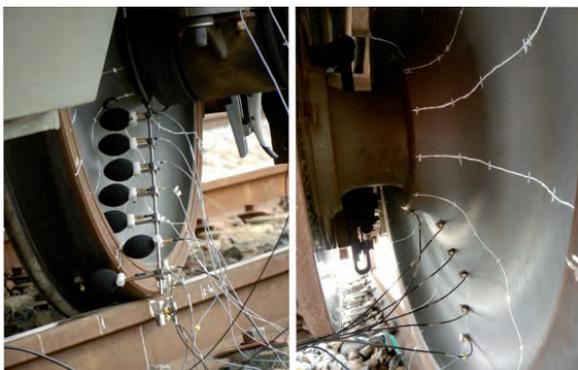


Fig. 2 : Système d'acquisition acoustique et vibratoire
Acoustic and vibratory acquisition system

Pour déterminer l'impédance acoustique de la roue, la vibration et la pression acoustique ont été mesurées simultanément à 8 positions radiales pour 12 positions angulaires dans la gamme de fréquence [100 Hz - 6 000 Hz]. La figure 3 montre le protocole de mesure : les positions 1 à 6, 7 et 8 sont respectivement situées sur le voile, sur la jante et la bande de roulement de la roue. Les microphones sont situés à 0,025 m de la surface du voile de la roue en vis-à-vis avec les accéléromètres (collés de l'autre côté). La force d'excitation ne pouvant s'appliquer au point de contact entre la roue et le rail, elle est appliquée à 300° dans les directions axiale (sur la jante) et radiale (sur la bande de roulement). Pour chaque position, les acquisitions de pression et de vitesse sont moyennées sur 10 excitations au marteau d'impact.

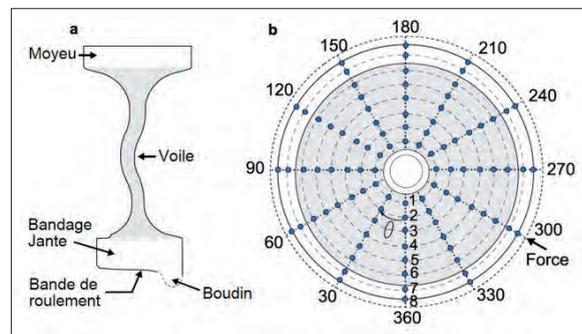


Fig. 3 : Coupe de la section de la roue 890 mm monobloc (a), positions des accéléromètres et des microphones (b)
Cross-section of the 890 mm monobloc Wheel (a), accelerometers and microphones positions (b)

Comportement vibroacoustique de la roue

Dans un premier temps la distribution d'énergie acoustique et vibratoire est étudiée d'un point de vue macroscopique. Dans un second temps, les caractéristiques modales de la roue sont observées.

Distribution de l'énergie

La distribution d'amplitude acoustique (H_a) et vibratoire (H_v) sur un rayon de la roue, pour chaque position i est présentée sur la figure 4, page suivante. Les amplitudes présentées sont les valeurs RMS (Root mean square) des fonctions de transfert moyennées sur tous les angles θ (voir Fig. 3) données par :

$${}_i H_a = \sum_{j=1}^{j=12} \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |{}_i P_{\theta_j}[k]|^2 \right)} \quad {}_i H_v = \sum_{j=1}^{j=12} \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |{}_i v_{\theta_j}[k]|^2 \right)}$$

où P est la pression, v est la vitesse, F est la force d'excitation et N le nombre d'échantillons du signal mesuré.

Il existe un couplage entre les excitations radiale et axiale. En effet pour une excitation radiale, la vitesse normale à la surface de la toile de la roue est plus importante que pour une excitation axiale. Ce couplage est sûrement dû à la géométrie de la roue. Le même effet est remarquable pour la pression acoustique. Les maxima de vibration et de pression apparaissent au centre de la toile (position 4).

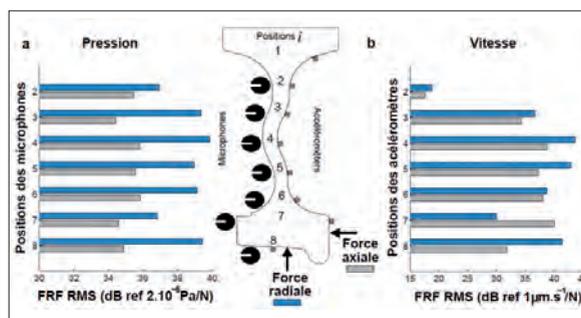


Fig. 4 : Amplitudes RMS des fonctions de réponse en fréquence mesurées ; acoustique H_a (a) et vibratoire H_v (b)
RMS levels of measured Frequency Response functions amplitudes; acoustic H_a (a) and vibration H_v (b)

Modes de vibration

Toute structure finie répond sur une série de fréquences de résonances. Les roues ferroviaires composées d'acier ont un amortissement structural très faible. Leur comportement vibratoire peut être caractérisé par leurs résonances marquées. Chaque résonance correspond à une déformée modale semblable à celle d'une plaque plane circulaire. Les déformées modales peuvent donc être caractérisées par le nombre de diamètres nodaux (n) et de cercles nodaux (m) [4]. La figure 5 présente par exemple deux déformées modales ; l'une à deux diamètres et zéro cercle nodaux ($n=2, m=0$) en basse fréquence, et l'autre à six diamètres et deux cercles nodaux ($n=6, m=2$) en haute fréquence. La densité du maillage expérimental ne permet pas d'identifier les déformées modales au-dessus de 5 500 Hz.

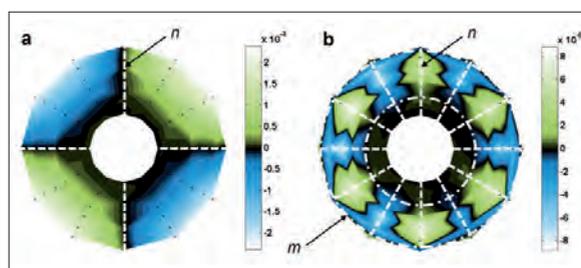


Fig. 5 : Déformées modales mesurées ($m.s^{-1}/N$) aux fréquences 372 Hz ($n=2, m=0$) (a) et 4 870 Hz ($n=6, m=2$) (b) ; diamètres nodaux (n) cercles nodaux (m)
Measured mode shapes at frequency 372 Hz ($n=2, m=0$) (a) and 4870 Hz ($n=6, m=2$) (b) ; nodal diameters (n) and nodal circles (m)

Le tableau 1 liste l'ensemble des modes mesurés de la roue étudiée (890 mm monobloc).

| | Zéro | Un | Radial | Deux |
|-----|--------------|--------------|--------|----------------|
| n | cercle nodal | cercle nodal | | cercles nodaux |
| 0 | - | 251 | - | 2775 |
| 1 | 139 | - | - | - |
| 2 | 372 | 2354 | 1759 | 3788 |
| 3 | 992 | 2935 | 2415 | 4465 |
| 4 | 1794 | 3561 | 3178 | 5189 |
| 5 | 2698 | 4262 | - | 4005 |
| 6 | 3694 | 5084 | - | 4870 |

Tabl. 1 : Fréquences de résonance (modes) mesurées (Hz) pour la roue 890 mm monobloc, n est le nombre de diamètres nodaux
Measured frequency resonances (modes) for 890 mm monobloc wheel, n is the number of nodal diameters

Évaluation expérimentale de la force

Réponse en fréquence (théorie)

La réponse fréquentielle d'une roue ferroviaire est caractérisée par ces fréquences de résonance, clairement identifiables par leurs faibles amortissements. Elles peuvent être modélisées par un système à un degré de liberté de type masse M , ressort K , amortisseur C . Au voisinage d'une fréquence de résonance, le comportement des systèmes est dominé par un unique mode (i.e la contribution des modes voisins est négligeable). Le déplacement complexe u de la masse du système est décrit par l'équation du mouvement à la pulsation ω :

$$-\omega^2 Mu + i\omega Cu + Ku = F, \quad (2)$$

où la dépendance temporelle $e^{i\omega t}$ est implicite. En écrivant $\omega_r = (K/M)^{1/2}$ pour la pulsation de résonance et $\xi_r = C/2(K/M)^{1/2}$ pour l'amortissement modal, l'équation devient :

$$M(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r \omega_r \omega)u = F \quad (3)$$

Ainsi la mobilité est donnée par

$$\alpha = \frac{i\omega u}{F} = \frac{i\omega}{M(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r \omega_r \omega)} \quad (4)$$

La mobilité représentative de la réponse de la structure au point j pour une force appliquée en k est donnée par la somme des réponses de chaque système à un degré de liberté :

$$\alpha_{ij} = \frac{v_{jk}}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{r A_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} \quad (5)$$

où N est le nombre de mode considéré, $r A_{jk}$ est la constante modale du $r^{\text{ème}}$ mode et η_r est l'amortissement structural tel que $\eta_r = 2\xi_r$.

Méthode

À partir de la mobilité et de la vitesse vibratoire de la surface de la roue, il est possible de calculer la force. Pour le système LECAV, les variations de vitesse dans le temps (donc dans l'espace étant donné le mouvement du train) sont proportionnelles aux variations de forces injectées dans la roue. Or la vitesse ne peut être pas aisément mesurée lorsque le train se déplace. On propose alors de mesurer le rayonnement acoustique de la roue qui, par l'intermédiaire de l'impédance acoustique, permet d'estimer la vitesse. La mobilité, quant à elle indépendante du temps (en supposant que la géométrie de la roue ne varie pas ou très peu) peut être mesurée ou calculée préalablement. Ainsi une méthode basée sur la mesure de la pression acoustique rayonnée par la roue est développée afin d'estimer la force injectée dans la roue au point de contact.

Dans un premier temps, les résonances sont détectées sur le signal de la pression mesurée. Les paramètres modaux associés sont estimés. Grâce à l'impédance acoustique, la vitesse est ensuite évaluée. Enfin la force est obtenue à partir de l'expression de la mobilité (voir Fig. 6).

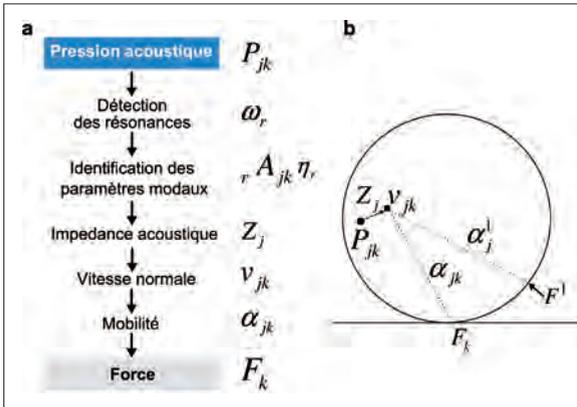


Fig. 6 : Méthode d'évaluation de la force (a), schéma des fonctions de transfert (b)
 Force assessment method (a), sketch of transfer functions combination

Dans cet article, on présente la méthode à partir des mesures introduites précédemment (§2.).

La détection des résonances dépend de la vitesse du train et des longueurs d'onde de rugosité. Le passage d'une roue à la vitesse V sur le rail possédant une rugosité de longueur d'onde spatiale λ génère une vibration dans la roue et dans le rail à la fréquence f telle que

$$f = \frac{V}{\lambda} \quad (6)$$

La longueur d'onde spatiale associée à la fréquence de résonance dépend de la vitesse du train. Une vitesse de 200 km/h permet de «lire» une longueur d'onde de rugosité comprise entre 9 et 300 mm. Dans ce cas, la gamme de fréquence où les modes sont excités est de 185 Hz à 6175 Hz. Les longueurs d'onde typiques imputées au bruit de roulement sont comprises entre 8 et 500 mm [5]. La vitesse de 200 km/h permet de détecter la majeure partie des longueurs d'onde de rugosité conventionnelles.

La détection des résonances acoustiques est basée sur trois paramètres :

- le niveau d'émergence sur l'ensemble du signal,
- le niveau local d'émergence sur la moyenne de petites parties du signal,
- le nombre de résonances.

Les deux premiers paramètres sont des seuils variables selon le nombre d'itération. Le premier détecte les pics d'amplitude de pression significatifs, le second détecte les plus petites émergences comprises entre deux pics. Le dernier paramètre est fixé par l'utilisateur, il permet d'arrêter le processus itératif. La figure 7.a montre les détections des résonances sur un signal de pression mesuré pour un nombre de modes fixé à 13.

La détection des modes significatifs une fois effectuée, les paramètres modaux sont séquentiellement analysés sur chacun d'eux. Chaque mode noté r est caractérisé par sa pulsation ω_r , son amortissement η_r et son coefficient modal rA_{jk} . Ces paramètres sont déterminés à l'aide de la méthode du «circle fit» dans le plan complexe de Nyquist [6].

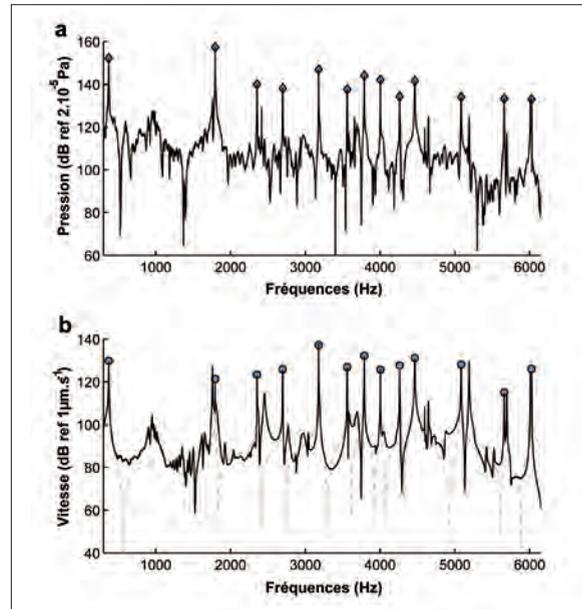


Fig. 7 : Pression mesurée (-) et détection des résonances (losange) pour $N = 13$ (a). Vitesse mesurée (-) et calculée (-°-) (b).
 Measured pressure (-) and detected modes for $N = 13$ (a). Measured (-) and computed velocity (-°-) (b).

Pour chaque résonance, les échantillons de mesure autour de la fréquence de résonance forment un cercle dans le plan complexe qui peut être approximé par un cercle théorique (voir Fig. 8 b et c). Les paramètres modaux sont ensuite estimés à partir des propriétés de ce cercle. À partir de deux points spécifiques au cercle, l'un correspondant à une pulsation inférieure à la pulsation de résonance (ω_b) et l'autre à une pulsation supérieure à la pulsation de résonance (ω_a) (voir Fig. 8.a) et en notant :

$$\tan\left(\frac{\theta_b}{2}\right) = \frac{1 - (\omega_a/\omega_r)^2}{\eta_r} \quad \text{et} \quad \tan\left(\frac{\theta_a}{2}\right) = \frac{(\omega_a/\omega_r)^2 - 1}{\eta_r} \quad (7)$$

il est possible de déduire l'expression exacte de l'amortissement :

$$\eta_r = \frac{\omega_a^r - \omega_b^2}{\omega_r^2 (\tan(\theta_a/2) + \tan(\theta_b/2))} \quad (8)$$

En pratique, lorsqu'il y a plusieurs degrés de libertés, les modes sont faiblement couplés (malgré l'hypothèse d'indépendance entre les modes) et le cercle de Nyquist se retrouve déplacé de son origine. Il n'est alors plus possible d'obtenir la valeur de la pulsation de résonance ω_r qui se situe normalement sur l'axe des imaginaires (voir Fig. 8.a, page suivante). La pulsation de résonance peut être approximée à l'aide du plus grand arc de cercle entre deux points autour du pic où $\omega_r = (\omega_b + \omega_a)/2$. À partir du rayon R_r du cercle théorique, l'estimation de la pulsation de résonance ω_r et de l'amortissement η_r , il est possible de calculer la constante modale [6] telle que :

$$rA_{jk} = 2R_r \omega_r^2 \eta_r \quad (9)$$

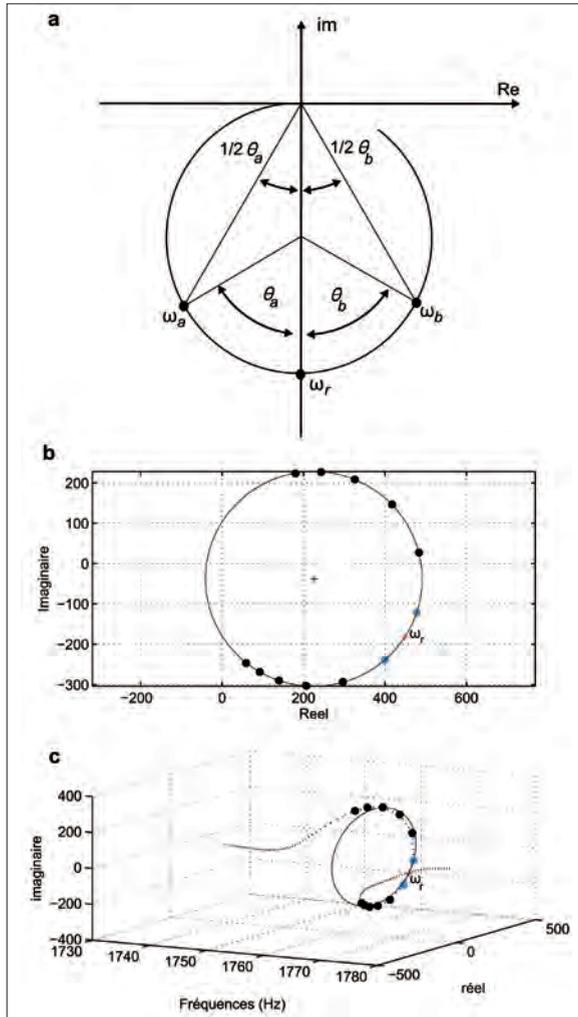


Fig. 8 : Propriétés du cercle de Nyquist (a), cercle théorique (-) et échantillons de mesures (-.-) autour d'une résonance
 Properties of Nyquist's circle (a), Theoretical circle (-) and sample of measurements around one resonance (-.-)

Pour le système LECAV, la méthode du « cercle fit » est appliquée au signal de pression acoustique rayonnée par la surface du voile de la roue (en champ proche). Les fréquences de résonances et les amortissements structuraux de la roue sont directement estimés à partir de la pression compte tenu de la cohérence autour des résonances entre la vitesse et la pression (comme le montre les figures 7.a et 7.b). En effet, les résonances et les amortissements associés au signal de pression sont identiques aux paramètres estimés à partir du signal de vitesse (voir figure 9).

Le signal de pression mesuré renseigne sur les fréquences de résonance, les amortissements structuraux et la constante modale associés au signal de pression rayonné provoqué par la vibration de la roue en j induite par la force qui lui est injectée en k . Afin de s'affranchir de la propagation acoustique, la constante modale est divisée par l'impédance (rapport de la pression acoustique et de la vitesse vibratoire du voile en un point j). Dans ce cas, la vitesse vibratoire peut être calculée à partir de la pression mesurée et être en très bon accord (autour des résonances) avec la vitesse mesurée (voir 7.b). Une fois la vitesse obtenue, il est possible d'estimer la force à partir de la mobilité.

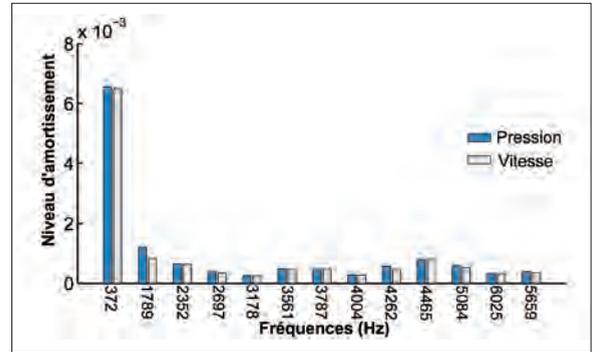


Fig. 9 : Niveaux d'amortissements des modes détectés à partir des signaux de pression et de vitesse
 Damping levels of detected modes from signal of pressure and signal of velocity

L'évaluation de la force est seulement réalisée aux fréquences de résonance. À ces fréquences, le rapport signal sur bruit est supposé suffisamment grand pour négliger la contribution du bruit aérodynamique présent en condition de roulement. Les résultats illustrant la méthode sont obtenus à l'aide des mesures de l'impédance acoustique et de la mobilité issues de la campagne de mesure.

Résultats

Pour valider et illustrer la méthode, l'estimation de la force d'excitation expérimentale (mesurée par la tête d'impédance du marteau d'impact) F_1 (voir Fig. 3) est présentée. À partir de la pression mesurée au point 4 de l'angle 60° , les forces d'excitations F_1 dans les directions axiale et radiale sont estimées et comparées aux forces F_1 mesurées (voir Fig. 10). La force prédite est en bon accord avec la force mesurée, celle-ci peut être estimée correctement sur une grande plage de fréquences en réalisant une interpolation linéaire entre les points de prédiction aux fréquences de résonance. La méthode d'évaluation de la force est donc validée à partir des mesures réalisées.

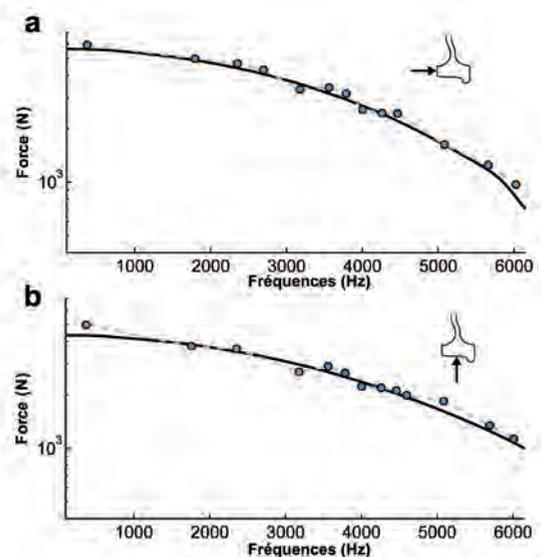


Fig. 10 : Force mesurée (-) et estimée (-°) F ; excitation axiale (a) et radiale (b)
 Measured (-) and estimated (-°) force F ; axial (a) and radial (b) excitation

Optimisation de l'évaluation de la force

Dans la section suivante, la pression et la vitesse sont «normalisées» par la force d'excitation. Si le nombre de détection est réduit, seules les plus grandes émergences du niveau de pression peuvent être détectées et leurs amplitudes sont assez élevées pour permettre une analyse robuste (augmentation du rapport signal sur bruit). Cependant l'évaluation de la force est réduite sur la gamme de fréquence d'intérêt. En utilisant plusieurs microphones, la force peut être estimée sur une large bande de fréquence, en effet les positions des différents microphones en champ proche de la toile de la roue permettent de détecter les modes en fonction de leurs déformées modales (l'observation des ventres et des noeuds dépend des positions radiales et angulaires). La figure 11 illustre les différents modes pour toutes les positions radiales au-dessus de la toile (5 positions) pour un angle. Le nombre de mode N par position est fixé à 11. Dans cette configuration, 14 modes sont finalement détectés.

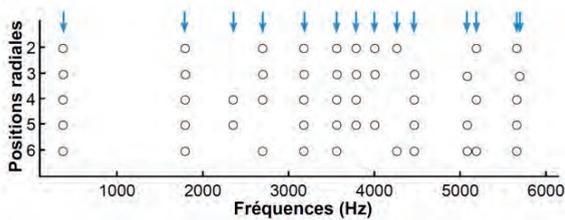


Fig. 11 : Modes détectés pour N=10 pour les positions radiales de 2 à 6 pour un angle de 60°
Detected modes for N=10 for radial positions 2 at 6 and at angle 60°

Le résultat est le même pour différentes positions angulaires. La figure 12 montre les modes détectés à partir de 4 positions angulaires à une position radiale. Avec une détection robuste (N=10) à différents angles, 15 modes sont détectés avec moins de microphones que la configuration précédente.

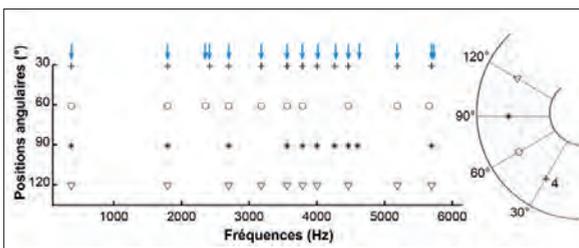


Fig. 12 : Modes détectés pour N=10 à la position radiale 4 pour les angles : 30° (+), 60° (°), 90° (*) et 120°(v)
Detected modes for N=10 at the position radial 4 and for angles: 30° (+), 60° (°), 90° (*) and 120°(v)

La force est donc estimée à partir de mesures de pression à différents angles. La force moyenne est calculée à partir de chaque angle. Ainsi l'estimation de la force est améliorée. La figure 13 montre que l'erreur relative de la force estimée, moyennée sur 4 angles, est en dessous de 5%. Quand la force est estimée à partir d'une seule position, l'erreur relative de la force peut atteindre 10%, de plus la résolution fréquentielle est moindre.

L'utilisation de plusieurs microphones judicieusement placés pour mesurer la pression permet d'augmenter la robustesse et la précision de l'estimation de la force. En pratique, le système requerra au moins deux microphones à deux angles et deux positions radiales différents.

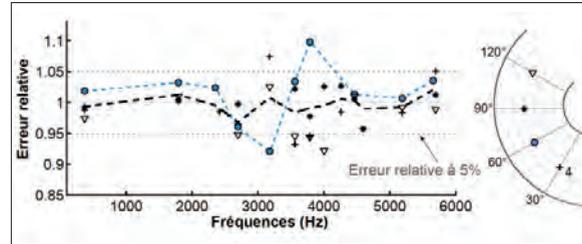


Fig. 13 : Erreur relative de la force estimée moyenne (---) et de la force estimée pour une position (-°) (position radiale 4 à 60°)
Relative error of the assessed averaged force (---) and of the assessed force for one position (-°) (radial position 4 at 60°)

Conclusion

La méthode pour estimer la force d'interaction entre la roue et le rail est présentée. La force peut être déterminée à partir de mesure de pression en champ proche de la surface du voile de la roue. La méthode est expliquée et validée avec des mesures expérimentales. Elle permet une estimation satisfaisante de la force.

En pratique, les déformées modales (le comportement vibratoire) de la roue ne seront pas disponibles. Les travaux en cours portent sur le développement de modèles numériques permettant de calculer l'impédance acoustique et la réponse vibratoire de la roue. Pour l'impédance, la roue est modélisée par une plaque circulaire plane dont le rayonnement est approximé par l'intégrale de Rayleigh. La vitesse normale de la surface du voile et les déformées modales de la roue sont quand à elles calculées à l'aide de la méthode des éléments finis [7]. Ainsi l'implémentation de la méthode d'évaluation de la force d'interaction roue/rail à partir de la pression rayonnée par la roue pourra être réalisée pour d'autres types de roue. Les modèles seront adaptables selon de simples paramètres comme le diamètre de la roue par exemple.

Références bibliographiques

- [1] D.J Thompson, P. Fodiman, and H. Mahé. «Experimental validation of the TWINS prediction program, Part 2: results», *Journal of Sound and Vibration*. 193 (1), 137-147 (1996)
- [2] Journal officiel des Communautés européennes, «DIRECTIVE 2002/49/CE DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 25 juin 2002 relative à l'évaluation et à la gestion du bruit dans l'environnement». OJEC, 182/12 - 189/25 (2002)
- [3] P. J. Remington, «Wheel/rail rolling noise, I: Theoretical analysis», *J. Acoust. Soc. Am.* 81 (6), 1805-1823 (1987)
- [4] D. J. Thompson, «Wheel-rail noise generation, part II: wheel vibration», *Journal of Sound and Vibration*. 161 (3), 401-419 (1991)
- [5] NF EN ISO 3095, «Mesurage du bruit émis par les véhicules circulants sur rail», AFNOR, (2005)
- [6] D. J. Ewins, «Modal testing: theory, practice and application Second Edition», Research Studies Press, Philadelphie (2000)
- [7] P.-E. Chartrain, P.-O. Mattei, E. Bongini, «Optimization of acoustic measurement analysis for assessment of wheel/rail interaction force», 19th International Congress of Sound and Vibration, Vilnius, Lituanie, 2012.