

Contrôle des vibrations par surfaces résonantes : Exemples en acoustique et en élastodynamique

Logan Schwan

LAUM, UMR CNRS 6613
Université du Maine
Avenue Messiaen
72085 Le Mans CEDEX 09
France
E-mail : logan.schwan@gmail.com

Claude Boutin

ENTPE UMR CNRS 5513
CeLyA-Université de Lyon
Rue Audin
69518 Vaulx en Velin CEDEX
France

Olga Umnova

Acoustics Research Center
University of Salford
The Crescent
M5 4WT Salford
U.K.

Matt Dietz

University of Bristol
Department of Civil Engineering
University Walk
BS8 1TR Bristol
U.K.

Résumé

Les effets de surfaces microstructurées avec résonance interne, appelées « surfaces résonantes », sont étudiés en acoustique et en élastodynamique. Leur comportement est décrit en termes de conditions de surface effectives, établies par homogénéisation asymptotique à double échelle. Le modèle est validé en comparant ses résultats à des mesures réalisées sur table vibrante en élastodynamique, et en tube à impédance ainsi qu'en chambre anéchoïque en acoustique. Le modèle est aussi validé numériquement à l'aide d'un modèle de diffractions multiples en acoustique. Il est montré que des surfaces résonantes élastodynamiques peuvent dépolariiser des ondes mécaniques en milieu homogène, et que des surfaces résonantes acoustiques permettent l'absorption (totale) du son en régime sub-longueur d'onde prononcé (taille des réseaux inférieure au 27^e de la longueur d'onde).

Abstract

Effects from micro-structured surfaces with inner resonance, so-called « resonant surfaces », are investigated in both acoustics and elastodynamics. Their behaviour is described in terms of effective boundary conditions derived by means of two-scale asymptotic homogenization. The model is validated by comparing its results with shaking table measurements in elastodynamics and impedance tube and anechoic chamber measurements in acoustics. The model is also validated numerically against Multiple Scattering Theory in acoustics. It is shown that elastodynamic resonant surfaces can depolarize mechanical waves in homogeneous media, and that acoustic resonant surfaces are efficient for (total) sound absorption in the deep sub-wavelength regime (lattice sizes smaller than one 27th of the wavelength).



Une façon économique de contrôler les vibrations (acoustiques ou mécaniques) en milieu homogène est de contrôler les conditions qui s'appliquent à ses frontières : la structure interne du milieu n'en est pas perturbée et un traitement de surface requiert moins de matériau qu'un traitement du volume entier.

La présente étude se concentre sur le contrôle de vibrations par des surfaces microstructurées, dites « surfaces résonantes », en acoustique et en élastodynamique. Si ces deux domaines répondent à la théorie plus large de la dynamique des milieux continus, l'acoustique s'intéresse principalement à la propagation d'ondes dans l'air alors que l'élastodynamique considère leur propagation en milieu solide. Cette différence dans la nature fluide/solide du milieu propagatif conduit à une dualité dans la physique des surfaces résonantes acoustiques et élastodynamiques, dualité qui sera explicitée par la suite.

Cependant, le concept de surface résonante reste le même dans les deux domaines : elle consiste en un arrangement périodique bidimensionnel de résonateurs linéaires à la surface (plane) Γ du milieu propagatif [1]. La propagation d'ondes est étudiée sous l'hypothèse des petites perturbations et en régime harmonique à la fréquence ω proche de la fréquence propre ω_0 des résonateurs (convention $e^{-i\omega t}$). Dans cette gamme de fréquences, une séparation d'échelles est supposée, par laquelle la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$ est bien plus grande que la taille caractéristique ℓ de la période du réseau de résonateurs de surface. Ainsi, la physique des surfaces résonantes est distincte de celle des surfaces rugueuses, qui ne présentent pas de résonance locale dans la gamme fréquentielle des grandes longueurs d'ondes, et de celle des « cristaux phononiques », pour lesquels la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille ℓ du réseau (domaine de la diffraction).

Tirant alors avantage de la périodicité de surface et de la séparation d'échelles, la méthode d'homogénéisation asymptotique à double échelle [2,3] est mise en œuvre pour décrire la surface résonante sous la forme d'une condition de surface effective, dont les propriétés dépendent de la fréquence. Les prédictions analytiques sont directes, ce qui rend le dimensionnement de surfaces résonantes facilement ajustable. Les prototypes expérimentaux réalisés confirment l'efficacité et la robustesse des surfaces résonantes pour contrôler les vibrations d'un système, aussi bien en acoustique qu'en élastodynamique.

Dualité entre l'acoustique et l'élastodynamique

La nature fluide/solide des milieux propagatifs en acoustique et en élastodynamique conduit à des champs descripteurs différents dans les deux domaines : le champ d'intérêt est la pression p (scalaire) en acoustique alors qu'il s'agit du déplacement particulière \mathbf{u} (vecteur) en élastodynamique. Cependant, du point de vue formel, la propagation d'ondes est gouvernée par des principes analogues : dans les deux cas, le gradient du champ descripteur est lié à un flux, dont l'équilibre est établi par une relation de conservation.

En acoustique, le gradient de p est lié à la vitesse particulière \mathbf{v} par la conservation du moment, et l'équilibre des flux est donné par la seconde loi de Newton :

$$i\omega \mathbf{v} = \rho_e^{-1} \text{grad } p \text{ et } \text{div } \mathbf{v} = B^{-1}i\omega p \quad (1)$$

où $\rho_e = 1,12 \text{ kg/m}^3$ est la densité de l'air et B est le module de compressibilité de l'air.

En élastodynamique, le tenseur des déformations $\mathbf{e} = (\text{grad } \mathbf{u} + {}^t\text{grad } \mathbf{u})/2$ est lié au tenseur des contraintes σ par la relation d'élasticité, et l'équilibre des contraintes est donné par la relation fondamentale de la dynamique (conservation de la quantité de mouvement) :

$$\sigma = \mathcal{C} : \mathbf{e} \quad \text{et} \quad \text{div } \sigma = -\rho \omega^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

où \mathcal{C} est le tenseur d'élasticité (ordre 4) et ρ est la densité du milieu élastique.

Les équations classiques (1) et (2) montrent l'analogie entre l'acoustique et l'élastodynamique du point de vue formel, mais elles soulignent aussi la dualité pression/déplacement entre les deux domaines. Cette même dualité se retrouvera dans la condition de surface qu'imposent les surfaces résonantes à la frontière du milieu propagatif, comme expliqué aux prochains paragraphes.

Séparation d'échelles et couche limite

Sans entrer dans le détail de la procédure d'homogénéisation qui permet d'établir les conditions de surface prescrites par les surfaces résonantes (ces développements peuvent être trouvés aux Réf. [1,4]), les principes physiques à la base de la description homogénéisée peuvent être exposés simplement. Le point central des phénomènes réside dans la séparation d'échelles, quantifiée par le paramètre

d'échelles $\epsilon = 2\pi\ell/\lambda \ll 1$. Celle-ci introduit en effet deux longueurs caractéristiques dans le système : une longueur macroscopique $L = \lambda/(2\pi)$ liée au champ de grande longueur d'onde, et une longueur microscopique $\ell \ll L$ liée à la structure périodique de la surface résonante.

Lorsque les résonateurs de la surface résonante sont excités par le champ qui prévaut dans le milieu propagatif (pression acoustique ou déplacement élastique), ils se comportent comme des sources secondaires en interactions mutuelles, et réémettent un flux à leur interface avec le milieu (une distribution de vitesse particulière \mathbf{v}_r en acoustique ou de contraintes \mathbf{t} en élastodynamique). Ce flux est localement périodique (produit par l'arrangement périodique des résonateurs) tout en étant modulé à l'échelle de la longueur d'ondes (forcé par le champ de grande longueur d'onde). Cependant, le champ de grande longueur d'onde, qui ne peut fluctuer significativement que sur des distances de l'ordre de L , ne peut pas équilibrer à lui seul les flux produits par les résonateurs, du fait de sa différence d'échelle $L \gg \ell$ avec la périodicité de surface (le champ est trop grand pour voir le détail de la surface résonance). Pour réaliser la transition d'échelles entre le champ de grande longueur d'onde et l'arrangement sub-longueur d'onde des résonateurs, une couche limite se développe au voisinage de la surface. Superposée au champ de grande longueur d'onde de façon à satisfaire les conditions limites localement périodiques, la couche limite est constituée d'ondes évanescentes et reste donc confinée au voisinage de la surface.

Impédance/admittance effectives de surfaces résonantes

L'analyse par homogénéisation asymptotique de cette couche limite conduit à l'expression des conditions limites effectives qui s'appliquent au champ de grande longueur d'onde à la frontière du milieu propagatif [1,4]. Elles peuvent s'exprimer comme suit. Le résonateur sur chaque période Σ de la surface résonante est assimilé à un monopole de force $Q = \int_{\Sigma} \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} dS$ en acoustique et $\mathbf{F} = \int_{\Sigma} \mathbf{t} dS$ en élastodynamique, où S (de normale \mathbf{n}_{Σ}) est la surface du résonateur en contact avec le milieu propagatif ; le champ de grande longueur d'onde équilibre cette force par unité de surface de la période Σ . Mathématiquement, le champ de grande longueur d'onde vérifie à la surface Γ de normale sortante \mathbf{n} , les conditions : $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = -Q/|\Sigma|$ en acoustique, et $\sigma \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F}/|\Sigma|$ en élastodynamique. Ainsi, la surface résonante affecte la conservation de la masse en acoustique, et l'équilibre des contraintes en élastodynamique. Cependant, les forces acoustique Q ou mécanique \mathbf{F} sont produites par le résonateur en réponse au champ de grande longueur d'onde (pression p en acoustique, déplacement \mathbf{u} en élastodynamique) qui le sollicite. Du fait de la linéarité des résonateurs, les forces Q ou \mathbf{F} peuvent donc être exprimées grâce à l'admittance Y du résonateur acoustique ou la matrice d'impédance \mathbf{Z} du résonateur mécanique par $Q = Yp$ et $\mathbf{F} = -i\omega \mathbf{Z} \cdot \mathbf{u}$. Cela conduit à définir, pour le champ de grande longueur d'onde, l'admittance effective $\mathcal{Y} = -Y/|\Sigma|$ en acoustique et la matrice d'impédance effective $\mathcal{Z} = \mathbf{Z}/|\Sigma|$ en élastodynamique, telles que :

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = \mathcal{Y}p \quad \text{et} \quad \sigma \cdot \mathbf{n} = -i\omega \mathcal{Z} \cdot \mathbf{u} \quad \text{sur } \Gamma. \quad (3)$$

La propagation de champs de grande longueur d'onde est donc gouvernée par les équations (1)-(3) en présence d'une surface résonante. Puisque les admittance/impédance Y et Z des résonateurs dépendent de la fréquence, des effets fréquo-dépendants émergent dans le milieu propagatif (malgré l'élasticité de celui-ci en élastodynamique notamment). De plus, la matrice d'impédance Z pouvant être anisotrope (selon les propriétés des résonateurs mécaniques), des phénomènes anisotropes, tels que la dépolarisation d'ondes mécaniques [5,6], peuvent apparaître dans un milieu élastique qui est, lui, isotrope.

Dépolarisation d'ondes mécaniques par une surface résonante

Afin de mettre en évidence la dépolarisation d'ondes élastiques par une surface résonante anisotrope, un prototype expérimental a été conçu sur la base du modèle homogénéisé, et les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats théoriques.

La surface résonante est composée de 37 résonateurs mécaniques anisotropes arrangés périodiquement avec un espacement $\ell = 5$ cm, voir Fig. 1 (a). Chaque résonateur, d'une masse totale $m_t = 0,849$ kg, consiste en une plaque fine d'aluminium (épaisseur $e = 0,5$ mm) encastrée à son bord long entre deux cornières collées au substrat élastique. Les résonateurs répondent à un déplacement horizontal de leur base en résonant en flexion pour une excitation hors plan (direction \mathbf{e}_1) mais en demeurant quasi inertes pour une excitation dans leur plan (direction \mathbf{e}_2 orthogonale à \mathbf{e}_1). Dans la direction de flexion \mathbf{e}_1 et au voisinage de son premier mode de flexion, la plaque résonante, d'une hauteur de 18,3 cm en dehors des cornières, est caractérisée par sa fréquence de résonance $\omega_0^{[1]} = (2\pi) = 8,45$ Hz, sa masse modale $m_0^{[1]} = 0,266$ kg (c'est-à-dire 61,3 % de la masse en flexion), et par son faible amortissement $\xi_0 = 3,8$ %.

La masse complémentaire $m_j^{[1]} = m_t - m_0^{[1]}$ rend compte de la masse inerte associée aux modes non-activés de la plaque. Dans la direction orthogonale \mathbf{e}_2 , la plaque reste inerte, conduisant aux masses inertes et modales $m_j^{[2]} = m_t$ et $m_0^{[2]} = 0$ et à une fréquence propre $\omega_0^{[2]} \gg \gg \omega_0^{[1]}$ bien supérieure à $\omega_0^{[1]}$. Le milieu élastique est une couche de hauteur $H = 76$ cm faite de mousse cellulaire polyuréthane au comportement élastique linéaire isotrope, avec la densité $\rho = 49$ kg m³, le module de cisaillement $\mu = 55$ kPa, le coefficient de Poisson $\nu = 6$ %. la célérité d'ondes de cisaillement $c_s = \sqrt{\mu/\rho} = 33$ m/s, et le faible amortissement $\xi = 4,9$ %). La condition de séparation d'échelles est satisfaite à la fréquence de résonance $\omega_0^{[1]}$ avec un paramètre d'échelles $\epsilon_0 = \ell\omega_0^{[1]}/c_s = 0,09$. Afin d'amplifier les interactions entre la surface résonante et la couche élastique, cette dernière est dimensionnée de sorte que sa fréquence de résonance $\omega_H/(2\pi) = c_s/(4H)$ en condition de surface libre (sans les résonateurs de surface) soit proche de la fréquence de résonance $\omega_0^{[1]}/(2\pi)$ de la surface résonante.

Un déplacement horizontal uniforme \mathbf{U}_b est imposé par la table vibrante à la base de la couche élastique dans la direction \mathbf{e}_b . En notant $\omega_H^* = \omega_H \sqrt{1 - i2\xi}$ et $Z_s^* = \rho c_s \sqrt{1 - i2\xi}$ la fréquence propre et l'impédance complexe de la couche incluant l'amortissement de la couche, le déplacement de surface dans les directions principales $\mathbf{e}_{j=1,2}$ s'écrit :

$$\mathbf{U}_\Gamma \cdot \mathbf{e}_j = \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_H^*}\right) + i \frac{Z_j}{Z_s} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_H^*}\right) \right]^{-1} \mathbf{U}_b \cdot \mathbf{e}_j \quad (4)$$

où Z_j est l'impédance principale de la surface résonante dans la direction \mathbf{e}_j et est donnée par l'équilibre dynamique du résonateur sous la forme :

$$Z_j = \frac{i\omega m_0^{[j]}}{|\Sigma|} \frac{(\omega_0^{[j]})^2 - i2\xi_0 \omega_0^{[j]} \omega}{(\omega_0^{[j]})^2 - i2\xi_0 \omega_0^{[j]} \omega - \omega^2} + \frac{i\omega m_t^{[j]}}{|\Sigma|} \quad (5)$$

où le premier terme est lié à la masse dynamique du résonateur, tandis que le second est lié à sa masse inerte.

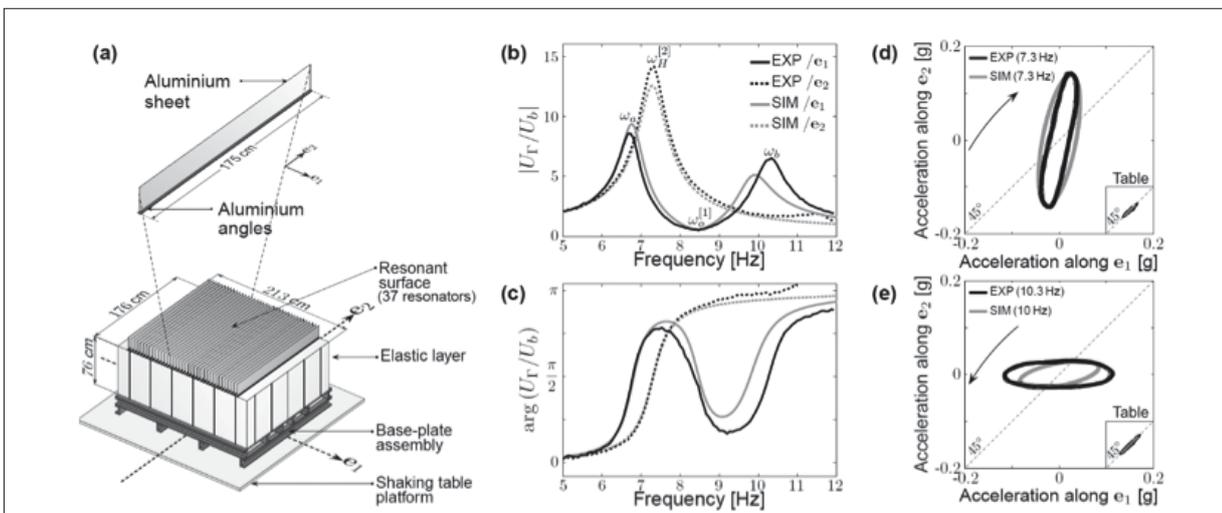


Fig.1 : Dépolarisation par une surface résonante élastodynamique anisotrope. (a) schéma du prototype expérimental sur table vibrante ; (b) et (c) module et phase de la fonction de transfert dans les axes principaux de la surface entre le déplacement de surface et le déplacement imposé par la table vibrante ; (d) et (e) trajectoire du déplacement de la surface et de la table quand un déplacement harmonique de la table est imposé dans la direction à 45° des axes principaux de la surface à 7,3 Hz et 10,3 Hz.
Depolarisation by an elastodynamic anisotropic resonant surface. (a) Schematic of the experimental prototype on shaking table ; (b) and (c) amplitude and phase of transfer function in surface principal axes between the surface motion and the displacement prescribed by the shaking table ; (d) and (e) motion pattern of the surface and table when an harmonic displacement is prescribed to the table in the 45° direction counted from principal axes at the frequencies 7,3 Hz and 10,3 Hz.

Le déplacement de surface dans les axes principaux est tracé en fonction de la fréquence en Fig. 2 (c, d) quand le déplacement \mathbf{U}_b à la base de la couche est orienté dans la même direction \mathbf{e}_j . Quand le déplacement \mathbf{U}_b à la base de la couche est orienté selon \mathbf{e}_1 , la résonance de la surface résonante impose une condition de surface analogue à celle d'un milieu rigide, ce qui conduit à $\mathbf{U}_T \cdot \mathbf{e}_1 \rightarrow 0$ vers 8,45 Hz, alors même que la couche devrait connaître une résonance au voisinage de cette fréquence. Le pic de résonance de la couche est scindé en deux pics de résonances couplées couche/surface résonante, avec des amplitudes de pic substantiellement réduites et à des fréquences où les résonateurs de surface sont soit en phase (vers 6,5 Hz), soit en opposition de phase (vers 10,3 Hz) avec la couche. En revanche, quand le déplacement \mathbf{U}_b à la base de la couche est orienté selon \mathbf{e}_2 la fonction de transfert est similaire à celle d'une couche de surface libre, mais avec une fréquence de résonance de couche réduite du fait de la masse inerte m_t des résonateurs en surface. Ces observations expérimentales sont en accord avec la théorie. Ceci démontre la capacité des surfaces résonantes à produire des conditions limites allant de libre à quasi rigide (à sa résonance) en fonction de la fréquence.

Un déplacement horizontal harmonique $\mathbf{U}_b = U_b \mathbf{e}_{\pi/4}$ est maintenant imposé dans la direction faisant un angle de $\pi/4$ par rapport à \mathbf{e}_1 . La direction $\mathbf{e}_{\pi/4}$ n'est donc pas une direction principale d'impédance de surface, mais le déplacement \mathbf{U}_b étant à 45° des directions \mathbf{e}_1 et \mathbf{e}_2 , il sollicite de façon identique les deux directions principales. Pour connaître le déplacement de surface en réponse au déplacement \mathbf{U}_b , il suffit d'utiliser le principe de superposition comme en témoigne l'équation (4) : le déplacement de surface \mathbf{U}_T est la somme du déplacement $U_{T1} = \mathbf{U}_T \cdot \mathbf{e}_1$ engendré en direction \mathbf{e}_1 par la composante de \mathbf{U}_b en direction \mathbf{e}_1 , et du déplacement $U_{T2} = \mathbf{U}_T \cdot \mathbf{e}_2$ engendré en direction \mathbf{e}_2 par la composante de \mathbf{U}_b en direction \mathbf{e}_2 . La trajectoire du déplacement de surface est représentée en Fig. 2 (d, e) pour différentes fréquences de sollicitation. Elle montre que la direction du déplacement de surface (et donc du déplacement réfléchi par la surface résonante dans la couche) peut être très différente de la direction du déplacement \mathbf{U}_b imposé à la couche (ce qui est non-conventionnel en milieu homogène isotrope). Ce phénomène de dépolarisation, issu de l'anisotropie des résonateurs de surface, est illustré pour deux fréquences particulières.

Vers 7,3 Hz, le déplacement de surface U_{T1} dans la direction \mathbf{e}_1 tend vers 0 du fait de la résonance de la surface résonante, alors que le déplacement de surface U_{T2} dans la direction \mathbf{e}_2 est amplifié par la résonance de couche au voisinage de la fréquence. Par conséquent, le déplacement de surface est principalement polarisé dans la direction \mathbf{e}_2 et donc la polarisation de l'onde réfléchie est à $+90^\circ$ par rapport à celle l'onde incidente (45°).

Vers 10,3 Hz, le déplacement de surface U_{T1} est amplifié dans la direction \mathbf{e}_1 par la seconde résonance couplée couche/surface résonante, alors que dans la direction \mathbf{e}_2 la couche entre en régime inertiel avec $U_{T2} \rightarrow 0$ après la résonance de couche. Par conséquent, le déplacement de surface est principalement polarisé dans la direction \mathbf{e}_1 et donc la polarisation de l'onde réfléchie est à -90° par rapport à celle de l'onde incidente. Ces observations sont en accord avec la théorie et confirment que la surface résonante agit comme un dépolariseur d'ondes mécaniques de cisaillement.

Absorption du son par une surface résonante acoustique

Pour mettre en évidence les effets atypiques de réflexion par des surfaces résonantes en acoustique, un prototype expérimental a également été conçu sur la base du modèle homogénéisé, et les résultats d'essais en tube à impédance et en chambre anéchoïque sont comparés aux résultats théoriques.

La surface résonante consiste en un réseau périodique de résonateurs de Helmholtz sphériques arrangé sur un support rigide, voir Fig. 2 (a). La conception des résonateurs a été développée de sorte que la séparation d'échelles soit assurée au voisinage de la résonance des résonateurs [7]. Ceux-ci consistent en une cavité sphérique de rayon $a = 2$ cm connectée à un tube cylindrique de longueur $b = 2$ cm et de section A circulaire de diamètre $e = 4$ mm. Par commodité pratique, le tube est placé à l'intérieur de la cavité. Un tel résonateur se comporte comme un oscillateur harmonique de masse $m_0 = \rho_e A b$ et de rigidité $k_0 = BA^2/V$ où $V = 4\pi a^3/3 - Ab$ est le volume d'air dans la cavité et B est le module de compressibilité de l'air. Ceci fournit l'estimation théorique 238 Hz pour la fréquence de résonance, conduisant à une longueur d'onde $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 \approx 1,44$ m valant presque 36 fois le diamètre $2a = 4$ cm du résonateur.

Des essais en tube à impédance circulaire (B & K 4206 de diamètre $D = 10$ cm) sont réalisés sur $N = 4$ résonateurs fixés à la terminaison rigide tube, avec leur ouverture A faisant face au haut-parleur, voir Fig. 2 (b). Dans une telle configuration, la section du tube joue le rôle de la période Σ de la surface résonante et l'admittance effective en bout de tube s'écrit :

$$Y = \frac{NA^2}{|\Sigma| m_0 \omega_0 \omega_0^2 - i 2 \xi_0 \omega_0 \omega - \omega^2} \quad (6)$$

Les essais révèlent une fréquence de résonance de 253 Hz et un coefficient d'amortissement $\xi_0 \approx 6,6\%$ (valeurs qui seront utilisées dans le modèle). L'amplitude et la phase du coefficient de réflexion R sont montrées en Fig. 2 (c, d). Les résultats confirment que la surface résonante conduit à une diminution de l'amplitude du coefficient de réflexion à sa résonance (coefficient d'absorption $\alpha = 1 - |R|^2 \approx 0,9$ à 253 Hz) ainsi qu'à un décalage de phase. Par opposition, des essais analogues réalisés avec des sphères rigides conduisent à une réflexion quasi-totale similaire à une condition de surface rigide, comme attendu dans la théorie (aucun flux acoustique n'est alors produit par les sphères purement rigides). Le modèle est en accord avec les expériences, malgré une séparation d'échelles peu marquée, $\epsilon_T = \omega_0 D/c \approx 0,46$, où $c = 342$ m/s est la vitesse du son. Il est à noter que la rugosité de surface induite par les résonateurs (ou les sphères rigides) placés sur la surface rigide conduit à un léger décalage de phase $< \pi/12$, de l'ordre de ϵ_T , entre la théorie et l'expérience, qui est négligé dans le modèle homogénéisé (à l'ordre d'approximation considéré ici).

Des mesures en chambre anéchoïque ont été réalisées sur un réseau de $31 \times 31 = 961$ résonateurs de Helmholtz identiques à ceux utilisés pour les essais en tube à impédance. Les résonateurs sont arrangés en maille carrée de côté $t = 5$ cm, à la surface d'un plateau carré rigide (largeur

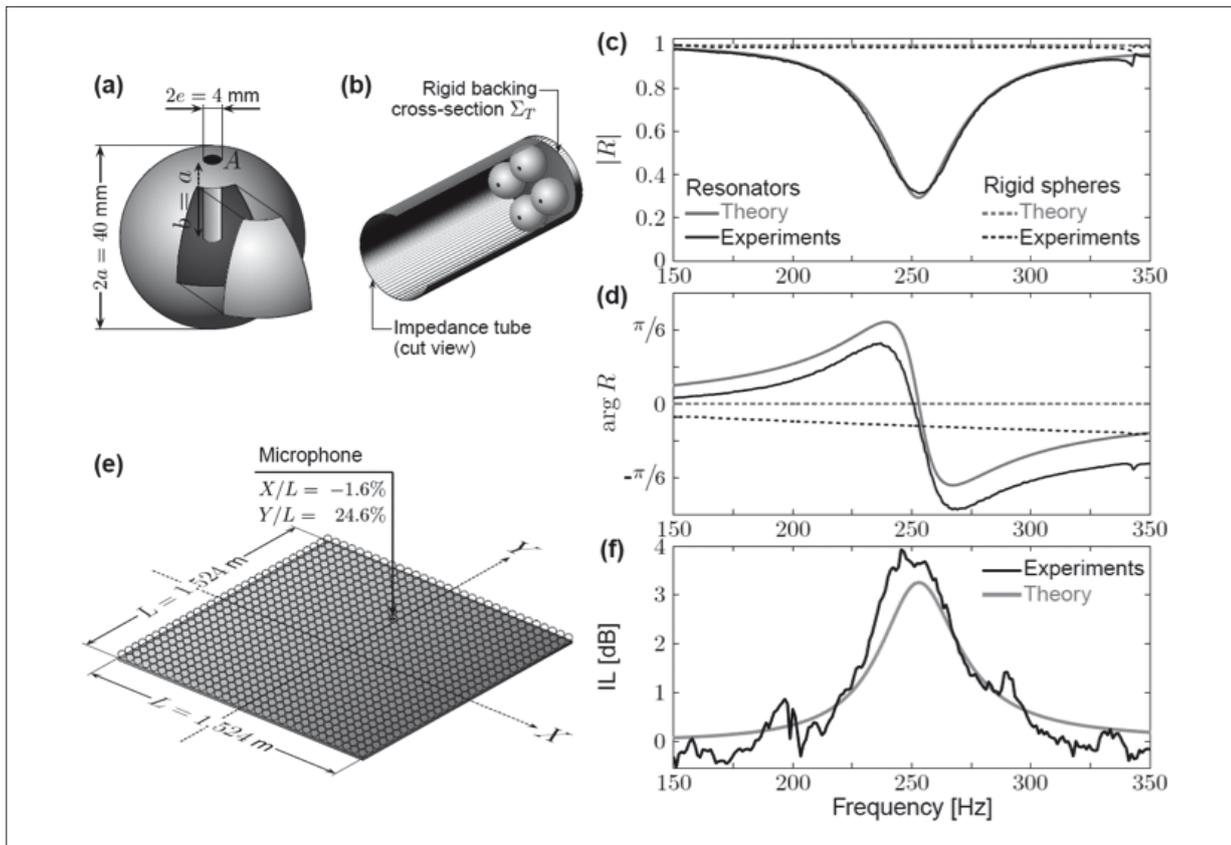


Fig. 2 : Absorption du son par une surface résonante acoustique. (a) Schéma du résonateur de Helmholtz sphérique avec un long cou interne ; (b) Schéma des essais en tube à impédance ; (c) et (d) amplitude et phase du coefficient de réflexion mesuré en tube à impédance sur 4 résonateurs de Helmholtz ou 4 sphères rigides de mêmes dimensions, et comparaison avec le modèle théorique ; (e) Schéma du prototype expérimental en chambre anéchoïque ; (f) Perte d'insertion (IL) mesurée en chambre anéchoïque et comparaison avec le modèle théorique.

Sound absorption by acoustic resonant surface. (a) Schematic of the spherical Helmholtz resonator with a long inner neck ; (b) Schematic of impedance tube measurements ; (c) and (d) amplitude and phase of reflection coefficient measured in impedance tube with 4 Helmholtz resonators or 4 rigid spheres having the same dimensions, and comparison with the model ; (e) Schematic of experimental prototype for anechoic chamber measurements ; (f) Insertion Loss (IL) measured in anechoic chamber and comparison with the theoretical model.

$L = 1.524 \text{ m}$ et épaisseur $12,7 \text{ mm}$) avec leur ouverture A tournée à l'opposé du plateau, voir Fig. 2 (e). La séparation d'échelles est vérifiée à la résonance, avec un facteur d'échelles $\epsilon_0 = \ell\omega_0/c \approx 0,23$. La source est un haut-parleur positionné à une hauteur $h = 2,47 \text{ m}$ au-dessus du centre du plateau. La perte d'insertion $IL = -10 \log |p_T/p_0|^2$, où p_T et p_0 sont la pression mesurée à la surface du plateau avec et sans les résonateurs, est montré en Fig. 2 (f) en fonction de la fréquence. Comme escompté, la résonance de la surface résonante conduit à une atténuation du son à la surface ($IL \approx 3,7 \text{ dB}$ à la résonance) liée à l'absorption du champ incident par la surface résonante (coefficient d'absorption $\alpha \approx 0,9$ en accord avec les essais en tube à impédance). Du fait de l'incidence quasi-normale du front d'onde sur la surface, les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats théoriques pour une onde plane en incidence normale. Les prédictions du modèle ($IL = -10 \log |(1 + R)/2|^2$ avec $R = [1 - \rho_e c \gamma] / [1 + \rho_e c \gamma]$) sont en bon accord avec les mesures.

Finalement, le modèle est validé par comparaison avec la théorie des diffractions multiples sur une configuration 2-D employant des résonateurs cylindriques. Les objectifs sont :

(1) de valider le modèle sur une configuration 2-D ;

- (2) de montrer le phénomène d'absorption totale $\alpha = 1$ prédit par le modèle homogénéisé quand l'adaptation d'admittance (ou couplage critique) $\rho_e c \gamma = 1$ est réalisée à la résonance pour une onde plane en incidence normale ;
- (3) mettre en évidence numériquement le concept de couche limite introduit plus haut.

Pour cette étude de cas, la surface résonante est constituée de résonateurs de Helmholtz cylindriques de rayon $a = 2,5 \text{ cm}$ avec un col d'une longueur égale au périmètre de la cavité cylindrique et d'une épaisseur $e = 4 \text{ mm}$, voir Fig. 3 (a). Ceci conduit à une fréquence de résonance $\omega_0/(2\pi) \approx 230 \text{ Hz}$. La distance centre à centre des résonateurs est $\ell = 7 \text{ cm}$ de façon à ce que la séparation d'échelles à la résonance soit satisfaite (facteur d'échelles $\epsilon_0 = \ell\omega_0/c = 0,29$). La surface résonante est dimensionnée de sorte qu'un amortissement supposé de $\xi_0 = 4\%$ pour les résonateurs conduit à l'adaptation d'admittance $\rho_e c \gamma = 1$ à la résonance. La procédure numérique du modèle de diffractions multiples avec des résonateurs de Helmholtz est celle développée en Ref. [8,9]. Contrairement à la procédure asymptotique de l'homogénéisation où les phénomènes sont hiérarchisés et où seuls les phénomènes dominants

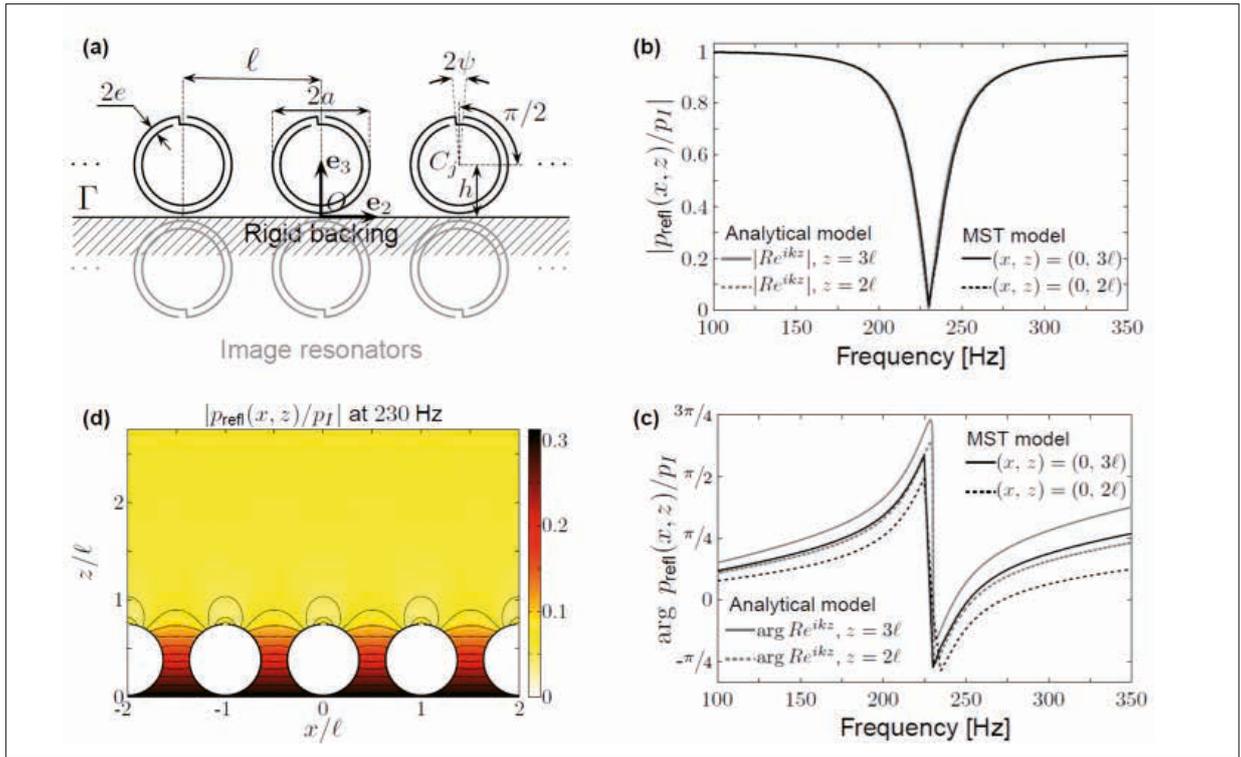


Fig. 3 : Comparaison entre le modèle homogénéisé et la théorie des diffractions multiples (MST) en acoustique. (a) Schéma de la surface résonante ; (b) et (c) amplitude et phase du champ réfléchi p_{refl} par la surface en réponse à une onde plane p_I en incidence normale pour deux hauteurs $z = \{2l, 3l\}$ au-dessus de la surface ; (d) cartographie de l'amplitude du champ réfléchi par la surface à la fréquence de résonance 230 Hz.

Comparison between homogenized model and Multiple Scattering Theory (MST) in acoustics. (a) Schematic of the resonant surface ; (b) and (c) amplitude and phase of the field p_{refl} reflected from the surface in response to a normally-incident plane wave for two heights $z = \{2l, 3l\}$ above the surface ; (d) map of the amplitude of the field reflected by the surface at the resonance frequency 230 Hz.

sont retenus (pour un ordre d'approximation donné), le modèle par diffractions multiples décrit chaque résonateur individuellement et en interactions multiples avec tous les autres résonateurs, incorporant ainsi l'ensemble des phénomènes physiques liés au problème aux conditions limites considéré.

Le champ p_{refl} réfléchi par la surface résonante en réponse à une onde plane p_I unitaire en incidence normale est calculé au droit d'un résonateur à une hauteur $z = \{2l, 3l\}$ au-dessus de la surface rigide sur laquelle les résonateurs reposent. Les résultats sont comparés avec ceux du modèle homogénéisé en Fig. 3 (b, c). Les deux modèles sont en accord (quasi-parfait sur l'amplitude, et avec un décalage de phase négligeable entre les deux modèles, imputable à la rugosité de surface induite par les résonateurs) et confirment tous deux le phénomène de quasi-totale absorption à la fréquence de résonance. À cette fréquence particulière, le champ réfléchi de grande longueur d'onde est donc quasi inexistant et seul le champ de couche limite devrait demeurer. Pour le montrer, la cartographie de l'amplitude du champ p_{refl} est dressée en Fig. 3 (d) à la fréquence de résonance par le modèle de diffractions multiples. Elle confirme l'existence de la couche limite à la base du modèle homogénéisé : le champ est localisé en surface avec une distance caractéristique d'évanescence de l'ordre de l , il est l -périodique, et présente une amplitude d'un ordre inférieur à celle de l'onde incidence.

Conclusion

La spécificité des surfaces résonantes est la coïncidence dans la même gamme fréquentielle d'une dynamique de grande longueur d'onde dans le milieu propagatif, et d'une dynamique locale des résonateurs de surface distribués périodiquement. Le fait que des matériaux microstructurés puissent exhiber des propriétés effectives atypiques quand des résonances « internes » sont mises en jeu a été démontré dès 1985 par Auriault & Bonnet [10] en élastodynamique, et a trouvé, depuis les années 2000, de nombreuses applications dans plusieurs branches de la physique avec le développement des dits « métamatériaux ». En ce sens, les surfaces résonantes peuvent être vues comme des versions 2-D des métamatériaux, c'est-à-dire des « metasurfaces ». La preuve expérimentale a été apportée ici de l'efficacité des surfaces résonantes pour contrôler les champs d'onde en milieu homogène, et en particulier le pouvoir de dépolariiser des ondes mécaniques en élastodynamique (ce qui restait une question ouverte jusqu'à présent). En élastodynamique, les résultats peuvent être appliqués à des systèmes allant de l'échelle nanométrique [11] (utilisation de nanotubes pour stabiliser leur substrat) à l'échelle géophysique [12,13], pour rendre compte de l'effet des gratte-ciel sur le champ sismique. D'autres applications en acoustique et en élastodynamique peuvent concerner l'absorption à très basses fréquences (une problématique d'importance en acoustique) ainsi que la manipulation de fronts d'ondes.

Remerciements

Nos remerciements vont à P.-Y. Bard, C. Taylor, S. Taherzadeh, K. Attenborough, L. Padrón, E. Skuse, D. Ward, F. Sallet, H.-C. Chine et A. Tomlinson, pour leur participation active aux projets. En élastodynamique, le projet a été financé par *the European Community's Seventh Framework Program [FP7/2007-2013/grant agreement no.227887]* et les essais ont été menés à *Earthquake and Large Structures Laboratory* de l'Université de Bristol, UK. En acoustique, le projet a été financé par *U.K. Engineering and Physical Sciences Research Council [grant agreements EP/K037234/1 and EP/K03720X/1]*.

Références bibliographiques

- [1] C. Boutin and P. Roussillon, *Wave propagation in presence of oscillators on the free surface*. *Int. J. of Eng. Science* 44, 180-204 (2006)
- [2] E. Sanchez-Palencia, *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*. *Lectures Notes in Physics*, Vol. 127, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1980)
- [3] J.-L. Auriault, C. Boutin and C. Geindreau, *Homogenization of Coupled Phenomena in Heterogenous Media*, ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc. (2009)
- [4] L. Schwan, O. Umnova, C. Boutin, H.-C. Chine, S. Taherzadeh and K. Attenborough, *Acoustic resonant surface : from nearly-total reflection to nearly-total absorption of sound*, *Proceedings of the EuroNoise*, 977-982 (2015)
- [5] L. Schwan and C. Boutin, *Unconventional wave reflection due to 'resonant surface'*, *Wave Motion* 50, 852-868 (2013)
- [6] C. Boutin and L. Schwan, *Elastodynamic metasurface : Depolarization of mechanical waves and time effects*, *Journal of Applied Physics* 117, 064902 (2015)
- [7] C. Boutin, *Acoustics of porous media with inner resonators*. *J. Acoust. Soc. Am.* 134, 4717-4729 (2013)
- [8] A. Krynkina, O. Umnova, A. Y. B. Chong, S. Taherzadeh and K. Attenborough, *Scattering by coupled resonating elements in air*. *J. Phys. D : Appl. Phys.* 44, 125501 (2011)
- [9] A. Krynkina et al., *Acoustic insertion loss due to two dimensional periodic arrays of circular cylinders parallel to a nearby surface*. *J. Acoust. Soc. Am.* 130, 3736-3745 (2011)
- [10] J. L. Auriault and G. Bonnet, *Dynamique des composites élastiques périodiques*, *Arch. Mech.* 37, 269-284 (1985)
- [11] V. Eremeyev, E. Ivanova, N. Morozov and S. Strohkov, *Method of determining the eigenfrequencies of an ordered system of nanoobjects*, *Technical Physics* 52, 1-6 (2007)
- [12] A. Wirgin and P.-Y. Bard, *Effects of building on the duration and amplitude of ground motion in Mexico City*, *Bull. Seis. Soc. Am.* 86, 914-920 (1994)
- [13] L. Schwan, C. Boutin, L. Padrón, M. S. Dietz, P.-Y. Bard and C. Taylor, *Site-city interaction : Theoretical, numerical and experimental crossed-analysis*, *Geophys. J. Int.*, 205, 1006-1031 (2016)

