

Absorption acoustique par des coques résonantes

Stephane Griffiths, Benoit Nennig

et Stéphane Job

Laboratoire QUARTZ EA 7393

SUPMECA

3, rue Fernand Hainaut

93407 Saint Ouen CEDEX

France

E-mail : benoit.nennig@supmeca.fr

Résumé

L'absorption des ondes acoustiques en basses fréquences, quand la longueur d'onde est très grande devant l'épaisseur du traitement, reste un challenge. Cette étude illustre les performances d'une nouvelle catégorie de matériaux poro-granulaires, composés de coques sphériques creuses. Les coques peuvent être rigides ou élastiques, percées ou munies d'un col (résonateur de Helmholtz), imperméable ou micro-poreuse (double porosité). Ces matériaux permettent une grande diversité de configurations en mélangeant des coques avec des propriétés différentes, combinant ainsi les effets résonants des coques élastiques, des résonateurs de Helmholtz ou de diffusion des matériaux à double porosité. La concomitance de tous ces mécanismes permet d'accroître très significativement l'efficacité des absorbants acoustiques en basses fréquences tout en s'affranchissant des contraintes d'encombrement intrinsèques des matériaux plus classiques. Leur mise en œuvre ouvre la voie vers une diminution d'épaisseur des traitements conventionnels.

Nous proposons un modèle de milieu effectif qui rend compte de l'effet de ces différents mécanismes. Notre modèle étend les travaux de Boutin et coll. aux configurations étudiées en résolvant les équations locales de l'élasticité de la coque couplées à la dynamique du fluide interne.

Nos mesures couvrent la diversité des configurations étudiées et illustrent les performances attendues de ces matériaux. Le modèle présente un bon accord avec les mesures, permettant ainsi d'envisager l'optimisation de ces matériaux innovants.

Abstract

The absorption of acoustic waves at low frequencies, when the wavelength is large compared to the thickness of the treatment, remains challenging. This study illustrates the performances of a new category of poro-granular materials, composed by spherical hollow shells. Shells can be rigid or elastic, eventually drilled with a neck (Helmholtz resonators), and either impervious or naturally porous (double porosity). These materials allow a large diversity of configurations by mixing shells having different properties, thus combining the effects of resonance of elastic shells and Helmholtz resonators or the effects of diffusion of double porosity materials. The coincidence of all these mechanisms can increase very significantly the effectiveness of sound absorbers at low frequencies while overcoming the intrinsic size constraints of more conventional materials. Their implementation opens the door to the thickness reduction of conventional treatments.

We propose an effective medium model which accounts for the effect of these various mechanisms. Our model extends the works of Boutin et coll. to configurations studied by solving the local equations of the shell's elasticity coupled to the internal fluid dynamic.

Our Measurements cover the diversity of the studied configurations and illustrate the expected performances of these materials. The model shows a good agreement with measurements, allowing thus to consider the optimization of these innovative materials.



es matériaux granulaires non cohésifs peuvent être une alternative intéressante aux matériaux poreux classiques utilisés pour l'absorption acoustique. Ils permettent une facilité d'utilisation et de mise en œuvre.

Ces matériaux poreux, s'ils sont constitués de grains rigides imperméables, sont assez bien connus. Ils ont été étudiés de nombreuses fois numériquement et expérimentalement [1, 2, 3]. L'air compris entre les grains constitue alors un milieu hôte poreux (matrice) et les modèles de fluides équivalents s'appliquent. Par exemple, des sphères de polystyrène [4], ont été utilisées pour limiter la transmission acoustique à travers des doubles parois.

Si les sphères sont percées, on obtient un matériau beau-

coup plus léger présentant des résonances internes. La propagation acoustique, au sein de matériaux poreux constitués de résonateurs de Helmholtz rigides, a été récemment étudiée analytiquement par des méthodes d'homogénéisation [5], numériquement [6], ainsi qu'expérimentalement [6, 7]. Boutin et coll. montrent que, si les pertes ne sont pas trop importantes, les résonateurs de Helmholtz conduisent à un module d'incompressibilité effectif négatif près de la résonance. De même, les vitesses de groupe et de phase sont de signes opposés. Des résultats similaires ont été obtenus par Fang et coll. [8] pour des résonateurs de Helmholtz en série. Ces propriétés permettent d'accroître l'absorption acoustique.

Le but de ce travail est d'évaluer les effets de l'élasticité de coques sphériques comme ses résonances ou le couplage avec des résonateurs de Helmholtz. Les résonateurs à paroi élastique ont été assez peu étudiés. Dans les années 90, Norris et Photiadis [9, 10] ont initié des travaux théoriques pour des applications en acoustique sous-marine. Le modèle proposé par Norris et Wickham [9] est basé sur l'hypothèse que le résonateur est une coque élastique mince isolée avec une ouverture circulaire. En négligeant la viscosité du gaz, ils ont montré que la fréquence de résonance f_s d'un résonateur élastique est décalée vers les basses fréquences par rapport à la fréquence de résonance f_r d'un résonateur rigide tel que :

$$f_s = \sqrt{R_0} f_r, \quad (1)$$

où, le paramètre $R_0 < 1$, représentant l'élasticité de la coque, s'écrit :

$$R_0 = \left(1 + \frac{3 r_s \gamma P_0}{2 t E} (1 - \nu) \right)^{-1}, \quad (2)$$

et dépend du rayon de la coque r_s et de l'épaisseur de la coque t . Le terme γ est le rapport des chaleurs spécifiques, P_0 la pression atmosphérique, et E et ν sont respectivement le module élastique et le coefficient de Poisson de la coque. Il est possible de diviser par presque 1,5 la fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz avec une coque fine ($r_s/t \sim 10$ et un module d'Young de 1 MPa).

Notre étude présente les premiers résultats expérimentaux et théoriques, obtenus avec un empilement de résonateurs à coque élastique dans l'air. La réalisation pratique de ce système montre également que la microporosité de la coque est particulièrement importante et joue un rôle non négligeable sur le comportement acoustique du matériau. Notre modèle permet de décrire la propagation acoustique en fonction de la nature de la coque, qu'elle soit rigide, élastique, poreuse ou imperméable et ainsi de synthétiser les différents travaux existant sur les résonateurs sphériques.

Contexte théorique

Nous considérons une coque sphérique de surface S_s et de volume V_s , présentée sur la figure 1a, constituée d'un matériau élastique. Son volume interne V_0 est rempli d'un gaz parfait à la pression uniforme p et de densité ρ_0 . La coque peut éventuellement être percée par un col cylindrique dont les effets sur le comportement élastique de la coque sont supposés négligeables. Le col est de volume V_c , de longueur l_c et de section S_c .

On cherche à obtenir les paramètres effectifs d'un empilement de compacité C et de hauteur h de ces coques dans la limite grande longueur d'onde. Le modèle reprend l'approche de Boutin et coll. [5, 7]. On suppose que la densité effective ρ_{eff} est inchangée [7, équations (30) et (31)] et que les effets de l'élasticité de la coque, de la présence d'un col ou de micro-perforations changent uniquement le module d'incompressibilité E_{eff} en permettant un flux à travers la coque. Dans ce travail, on utilise la convention temporelle $e^{j\omega t}$.

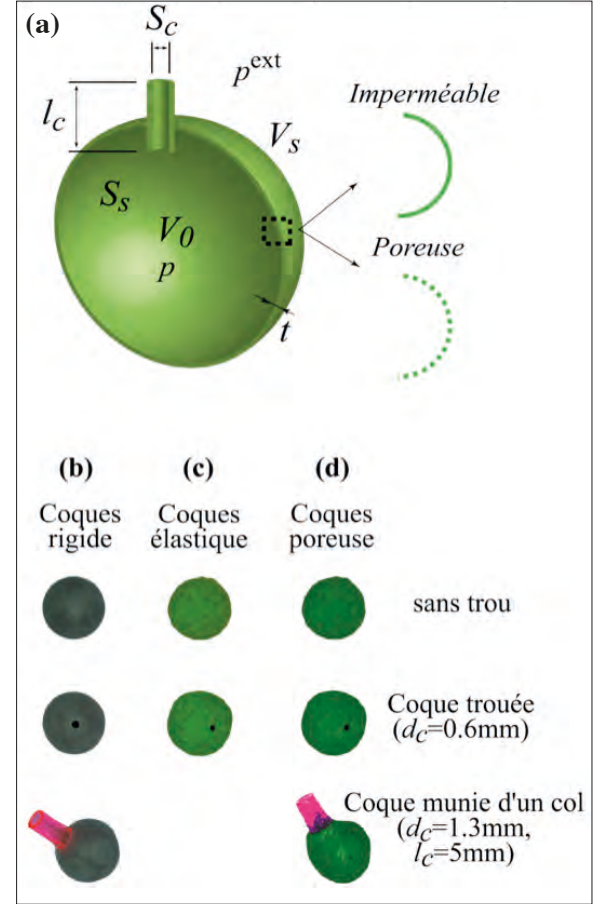


Fig. 1: (a) Schéma du résonateur sphérique considéré composé d'une coque imperméable ou poreuse et des coques (b) rigides, (c) élastiques et (d) poreuses utilisées pour les mesures d'absorption acoustique. Les différentes configurations testées (sans trou, avec un trou et avec un col) sont présentées pour chaque type de coque. (a) Sketch of a spherical resonator composed by an impervious or a porous shell and (b) rigid, (c) elastic and (d) porous shells used for the absorption measurements. The different configurations tested (undrilled, drilled or with a neck) are listed for each kind of shell

Dans un premier temps, on cherche à calculer la réponse de la coque élastique couplée avec le fluide intérieur. En négligeant la dissipation, la pression dans la cavité, supposée constante, vérifie :

$$p = -K_0 \nabla \cdot \mathbf{u}_s, \quad (3)$$

où $K_0 = \gamma P_0 = \rho_0 c_0^2$ est le module d'incompressibilité du fluide et $\mathbf{u}_s$ est le déplacement du fluide. L'intégration de cette équation sur le volume de la cavité amène, par continuité du déplacement, à $p = -\frac{K_0}{V_0} J$ où $J = \sum_i S_i u_i$ correspond au flux qui traverse la coque. L'indice i représente soit la coque (s), soit le col (c) ou éventuellement des microporosités (μ). On note u_i et S_i , respectivement, les déplacements radiaux moyens et les surfaces de ces éléments. En négligeant les effets du col, le déplacement de la coque sphérique $\mathbf{u}_s$ est supposé purement radial pour des raisons de symétries. La fréquence de résonance du premier mode radial d'une coque sphérique dans le vide est donnée par Baker [11] et est exprimée par la relation :

$$\omega_s = \sqrt{\frac{2(1+\nu)}{A}}, \quad (4)$$

où le paramètre A dépend des caractéristiques du matériau composant la coque (E , ν et ρ), ainsi que du rayon moyen de la sphère r_s .

$$A = \frac{(1-\nu^2)}{E} \rho r_s^3 \quad (5)$$

On en déduit la raideur associée au premier mode de vibration radial

$$k_s = m_s^2 m_s \quad (6)$$

avec m_s la masse en mouvement de la coque.

Dans le col du résonateur ainsi que dans les micropores, les forces visqueuses ne peuvent être négligées et sont liées à la vitesse relative de l'air dans le pore et de la coque [12, Eq. (4.9)]

$$-j\omega p_0 \dot{u}_i = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial r} \right) \quad (7)$$

Sur la paroi, la vitesse du fluide est égale à la vitesse de la coque $\dot{u}_i(r=R_i) = \dot{u}_s$, avec R_i le rayon et $\dot{u}_i$ la vitesse de l'air au sein du pore ($i=c$ ou μ). On obtient finalement la force visqueuse totale dans un pore cylindrique de section S_i et de longueur l_i

$$F_i(u_i, u_s) = S_i \frac{B\omega^2 p_0 l_i}{1-B} (u_i - u_s) \quad (8)$$

$$\text{avec } B = \frac{2 J_1(\alpha R_i)}{\alpha R_i J_0(\alpha R_i)} \text{ et } \alpha = \sqrt{\frac{j\omega p_0}{\eta}}.$$

Par exemple, dans le cas d'une coque élastique munie d'un col, les équations (3), (6) et (8), combinées avec le principe fondamental de la dynamique conduisent au système,

$$\begin{cases} -m_c \omega^2 u_c = -S_c \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_c + F_c(u_c, u_s), \\ -m_s \omega^2 u_s = -k_s u_s - S_s \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_s - F_c(u_c, u_s). \end{cases} \quad (9)$$

Le calcul des valeurs propres du problème homogène ($p^{\text{ext}} = 0$) sans viscosité, permet d'estimer les différents modes de résonance du résonateur. Par ailleurs, la résolution de ce système pour une pression extérieure constante p^{ext} , permet de calculer le flux de déplacement J , et d'en déduire le module d'incompressibilité effectif des coques

$$E_r = V_0 \frac{p^{\text{ext}}}{J} \quad (10)$$

Il est valable si la longueur d'onde dans la matrice est grande devant la taille des sphères. Le module effectif de l'empilement granulaire E_{eff} est déterminé à partir du module effectif des sphères E_r et du module effectif du gaz dans la matrice poreuse E_m [5]

$$E_{\text{eff}} = \left(\frac{(1-c)}{E_m} + \frac{c}{E_r} \right)^{-1} \quad (11)$$

Enfin, le module effectif E_m de la matrice poreuse est calculé à partir du modèle de fluide équivalent de Johnson-Champoux-Allard, tel que :

$$E_m = \frac{K_0}{\beta(\omega)} \quad (12)$$

où le terme $\beta(\omega)$ est la compressibilité dynamique du matériau prenant en compte les effets visqueux et thermiques. Ce terme vaut [13] :

$$\beta(\omega) = \gamma - (\gamma - 1) \left(1 - \frac{1}{j\omega} \sqrt{1 - \frac{M}{2} j\omega} \right)^{-1} \quad (13)$$

où $\tilde{\omega}' = \frac{\omega k_0' Pr p_0}{\eta \phi}$ est une fréquence caractéristique thermique

et $M' = \frac{8k_0'}{\phi \Lambda'^2}$ un facteur de forme.

Le terme Pr est le nombre de Prandtl, Λ' la longueur caractéristique thermique, ϕ la porosité de l'empilement, η la viscosité dynamique de l'air et k_0' la perméabilité statique thermique. Les paramètres donnés par Allard [1] en fonction du diamètre des sphères sont utilisés dans la suite et les longueurs du col l_c et éventuellement des micro-pores l_μ sont corrigées d'une longueur $\delta_i = 8d_i/(3\pi)$ [14] en fonction du diamètre d_i , avec l'indice i représentant soit le col (c) soit les micro-pores (μ).

Étude expérimentale

Les paragraphes suivants présentent les mesures d'absorption acoustique effectuées pour des empilements :

- i) de coques rigides en polymère,
- ii) de coques élastomères rendues étanche par l'ajout d'une couche de vernis acrylique,
- iii) de coques en élastomère naturellement poreuses.

Les différentes configurations testées sont présentées sur les figures 1b, 1c et 1d. Les mesures sont effectuées en excitant le milieu par un sinus glissant entre 20 Hz et 6 000 Hz, à l'aide d'un capteur d'impédance (CTTM, Le Mans, France) couplé à un tube de diamètre 22 mm et de hauteur 50 mm. Les résultats expérimentaux sont comparés au modèle développé dans ce travail, ainsi qu'aux modèles de Boutin et coll. dans le cas de coques rigides et de Norris et coll. pour les coques élastiques percées.

Coques rigides

Dans un premier temps, le modèle est comparé aux mesures d'absorption pour un empilement de coques rigides. Leur diamètre moyen, mesuré par analyse d'images, est égal à $d_s = 5,55 \pm 0,15$ mm et leur masse volumique est mesurée par pycnomètre telle que $\rho_s = 1\,488 \pm 84$ kg.m⁻³. L'épaisseur de la coque est égale à $t = 0,33$ mm.

Les mesures d'absorption sont effectuées pour 60 coques non percées, percées avec un trou de diamètre de 0,6 mm ou munies d'un col de diamètre $d_c = 1,3$ mm et de longueur $l_c = 5$ mm. Le tableau 1 présente les différentes hauteurs d'empilement et compacités mesurées pour les trois cas envisagés.

Configurations	Compacité C
Non percées	0,56
Percées ($d_c=0,6$ mm, $l_c=t$)	0,56
Percées ($d_c=1,3$ mm, $l_c=5$ mm)	0,51

Tabl. 1 : Épaisseurs et compacités correspondant aux 60 coques rigides utilisées pour les mesures d'absorption. Les dimensions sont en millimètres.
Heights and compacities corresponding to the 60 rigid shells used for absorption measurements.
All dimensions are in millimeters.

Lorsque les coques rigides ne sont pas percées, le modèle proposé se réduit au modèle de fluide équivalent avec les paramètres donnés dans [1, 2]. La figure 2 présente les résultats expérimentaux obtenus pour un empilement de coques non percées accompagné d'une comparaison avec le modèle. Un seul pic d'absorption peut être observé. Il correspond à la fréquence de résonance quart d'onde ($f_{\lambda/4}$) dans l'épaisseur h de l'empilement et dépend donc de son module d'incompressibilité effectif $E_{\text{eff}} = E_m$ et de sa densité effective ρ_{eff} , tel que

$$f_{\lambda/4} \approx \Re \left(\frac{1}{4h} \sqrt{\frac{E_{\text{eff}}}{\rho_{\text{eff}}}} \right) = \Re \left(\frac{C_{\text{eff}}}{4h} \right) \quad (14)$$

soit ici, environ 2 740 Hz. La figure 2, montre une parfaite correspondance entre le modèle et les mesures.

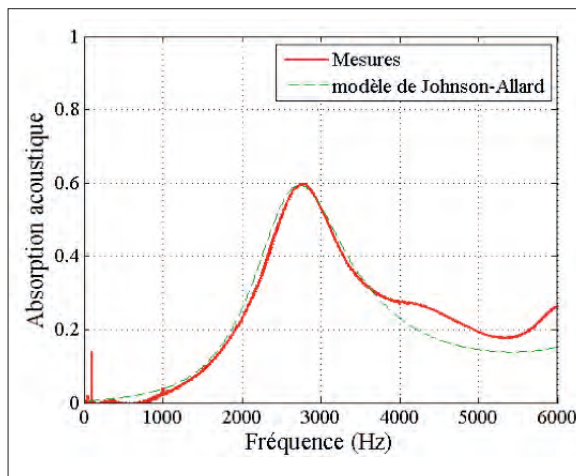


Fig. 2 : Absorption acoustique d'un empilement de coques rigides sans trou et comparaison avec le modèle de Johnson Allard
Acoustic absorption measured for a granular packing of rigid shells without hole and comparison with the Johnson Allard model

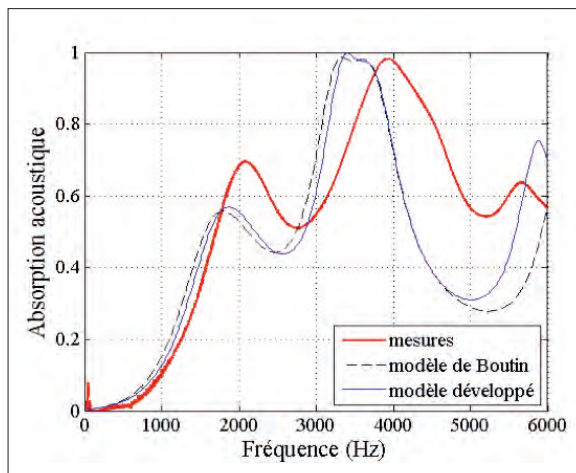


Fig. 3 : Absorption acoustique d'un empilement de coques rigides percées avec un trou de diamètre $d_c=0.6$ mm et comparaison entre le modèle de Boutin et coll. et le modèle développé.
Acoustic absorption measured for a granular packing of rigid shells having a hole of $d_c=0.6$ mm diameter.

Lorsque les sphères de l'empilement sont percées avec un trou de 0,6 mm de diamètre ayant une longueur égale à l'épaisseur de la coque, le système (9) se réduit à

$$-m_c \omega^2 u_c = -S_c \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_c + F_c(u_c, u_s) \quad (15)$$

avec $J = S_c u_c$. Dans ce cas, les mesures d'absorption (voir figure 3) montrent un pic d'absorption correspondant à la fréquence en $\lambda/4$ à $f_{\lambda/4} = 2\,080$ Hz, mais aussi un pic d'absorption correspondant à la fréquence de Helmholtz telle que $f_H = 3\,931$ Hz (estimée à partir du problème homogène). Le modèle développé est comparé au modèle de Boutin et coll. et tous les deux présentent des absorptions similaires sur la gamme de fréquences étudiée et décrivent assez bien l'absorption en $\lambda/4$. En revanche, la fréquence de la résonance de Helmholtz est légèrement sous-estimée par les modèles par rapport au pic d'absorption mesuré expérimentalement à $f_H = 3\,900$ Hz.

Lorsque les coques sont munies d'un col de 1,3 mm de diamètre et de 5 mm de longueur (figure 4), la comparaison des mesures entre le modèle et celui de Boutin montre un très bon accord en fréquence et en amplitude sur les pics d'absorptions en $\lambda/4$ et de Helmholtz. Dans ce cas, la longueur et la section du col plus importantes permettent de s'affranchir des incertitudes sur les corrections de longueur. On note une bonne correspondance entre les mesures et les modèles.

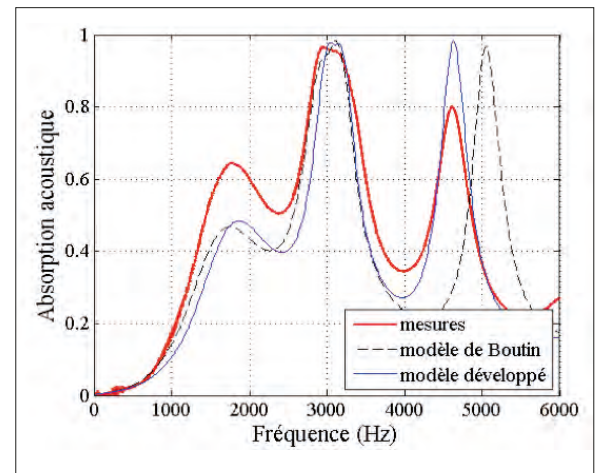


Fig. 4 : Absorption acoustique d'un empilement de coques rigides munies d'un col de diamètre $d_c=1.3$ mm et de longueur $l_c=5$ mm et comparaison entre le modèle de Boutin et coll. et le modèle développé.
Acoustic absorption measured for a granular packing of rigid shells having a neck of $d_c=1.3$ mm diameter and $l_c=5$ mm length and comparison between our model and the model written by Boutin.

Coques élastiques

On mesure maintenant l'absorption acoustique d'un empilement de résonateurs de Helmholtz élastiques. Ces résonateurs élastiques sont des coques sphériques en élastomère naturellement poreuses (ref. E150304, ATECA, France). La figure 5 est une image acquise par microscopie électronique à balayage (MEB) qui montre que la surface d'une coque présente une microporosité bien visible. Une estimation de la distribution statistique des rayons et de la porosité des micropores est donnée dans le paragraphe suivant.

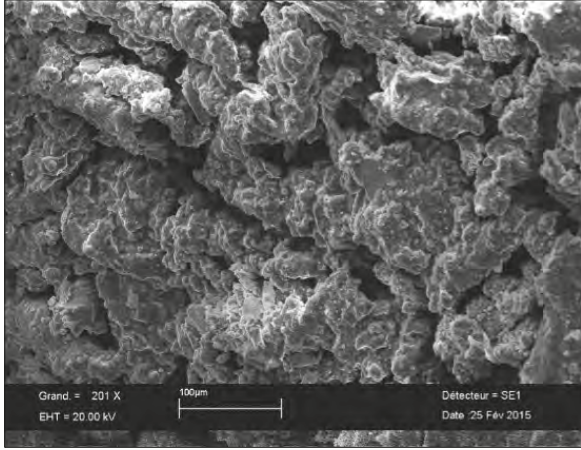


Fig. 5 : Photo MEB de la surface d'une coque en élastomère.
SEM photography of the surface of an elastomer shell.

Les coques élastiques utilisées ont un diamètre extérieur $d_s = 5,61 \pm 0,19$ mm et une épaisseur de coque $t = 0,33 \pm 0,04$ mm mesurée par analyse d'images MEB. La masse moyenne d'un résonateur est $m_s = 3,67 \cdot 10^{-2} \pm 0,14 \cdot 10^{-2}$ g. Des mesures de densité de la coque, effectuées à l'aide d'un pycnomètre, donne $\rho_s = 1\,202 \pm 23$ kg.m⁻³. Le module d'Young du matériau élastomère constituant la coque est estimé à $E = 3 \cdot 10^6$ Pa. De plus, les élastomères étant des matériaux incompressibles, nous fixons le coefficient de Poisson à $\nu = 0,495$.

Les coques en élastomère utilisées dans ce travail sont naturellement poreuses. Dans un premier temps, afin de les rendre étanches, une couche de vernis acrylique a été déposée sur leur surface par pulvérisation. Cette couche d'acrylique alourdi et rigidifie la coque. Le module d'Young est alors mieux estimé à $E = 4 \cdot 10^6$ Pa. Les modèles avec et sans col pour une coque élastique sont définis par

$$-\omega^2 m_s u_s = -k_s u_s - S_s \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_s, \quad (16)$$

en l'absence de col, où $J = S_s u_s$ et

$$\begin{cases} -\omega^2 m_c u_c = -S_c \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_c + F_c(u_c, u_s) \\ -\omega^2 m_s u_s = -k_s u_s - S_s \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_s - F_c(u_c, u_s) \end{cases}, \quad (17)$$

en présence d'un col, où $J = S_s u_s + S_c u_c$.

Les deux cas expérimentaux présentés sur les figures 6 et 7 sont obtenus pour un empilement de 60 résonateurs. Le tableau 2 indique les hauteurs et compacités qui correspondent aux empilements testés.

Configurations	Hauteur h	Compacité C
Non percées	$26,43 \pm 0,93$ mm	0,53
Percées ($d_c=0,6$ mm, $l_c=t$)	$25,18 \pm 0,73$ mm	0,55

Tabl. 2 : Épaisseurs et compacités des empilements testés pour 60 coques élastiques. Les dimensions sont en millimètres
Heights and compacities corresponding to the 60 elastic shells.

Comme pour le cas de coques rigides, l'absorption acoustique d'un empilement de coques élastiques sans trou présente un pic d'absorption à la fréquence en $\lambda/4$ égale à 2 700 Hz. Le modèle développé prédit bien l'absorption en fréquence et en amplitude. L'effet de l'élasticité est ici peu visible puisque le pic d'absorption en $\lambda/4$ est comparable à celui d'un résonateur rigide.

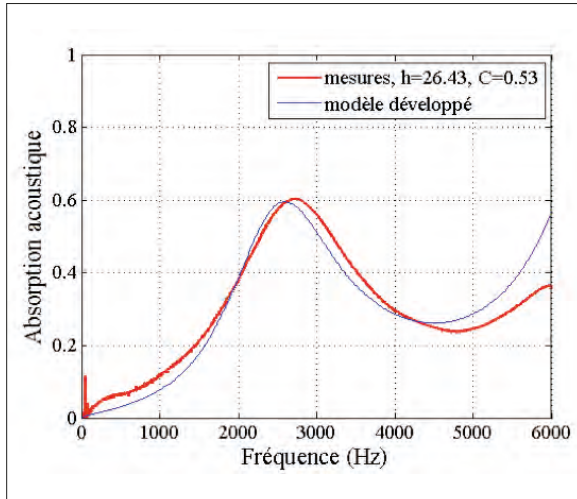


Fig. 6 : Absorption acoustique d'un empilement de 60 coques élastiques sans trou et comparaison avec le modèle développé.
Acoustic absorption measured for a granular pack composed by 60 elastic shells without hole and comparison with the developed model.

La figure 7, page suivante, présente des mesures effectuées pour un empilement de 60 sphères lorsque la coque est pourvue d'un trou de diamètre 0,6 mm et de longueur égale à l'épaisseur de la coque. Ces données expérimentales sont comparées avec le modèle développé et le modèle basse fréquence de Norris et coll. [9, Equation (67)] (corrigé en prenant en compte l'épaisseur de la coque). Les deux modèles prédisent assez bien les fréquences des pics d'absorption en $\lambda/4$ et pour le résonateur de Helmholtz. De plus, le dernier pic d'absorption, correspondant au mode en $3\lambda/4$, est aussi bien décrit par notre modèle.

Par rapport au cas rigide (figure 3), on peut remarquer que l'absorption est globalement plus élevée et que le pic d'absorption de Helmholtz est décalé en basses fréquence grâce à l'élasticité de la coque.

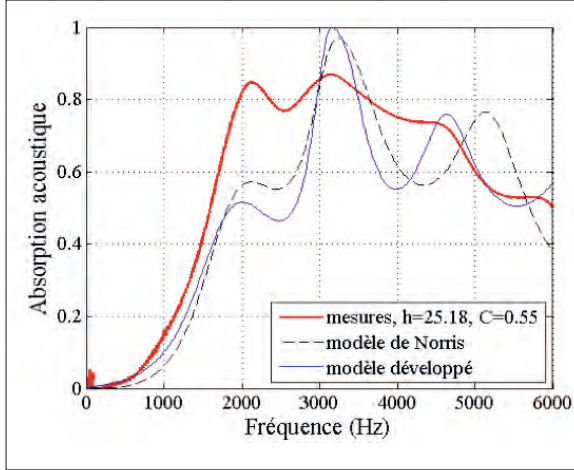


Fig. 7 : Absorptions acoustiques mesurées pour 60 coques élastiques percées d'un trou de diamètre $d_c=0,6$ mm et comparaison entre le modèle de Norris et coll. et le modèle développé.
Acoustic absorption measured for a granular pack composed by 60 elastic shells with a hole of $d_c=0,6$ mm diameter and comparison between our model and the model developed by Norris.

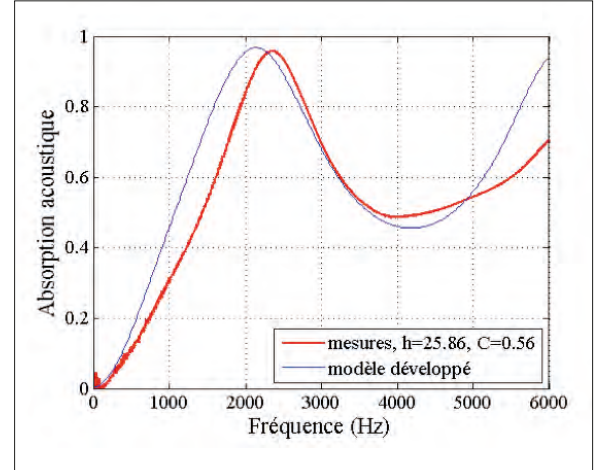


Fig. 8 : Absorption acoustique d'un empilement de coques élastiques poreuses sans trou et comparaison avec le modèle développé
Acoustic absorption measured for a granular packing of poroelastic shells without hole and comparison with the developed model

Coques élastiques poreuses

Nous considérons maintenant des coques microporeuses. Une photo MEB de la surface est présentée sur la figure 5. La présence de micropores de forme et de taille différentes est clairement identifiable. En première approche ces micropores sont modélisés par des cylindres de rayons différents. Nous considérons donc une distribution uniforme de micropores dont les rayons sont centrés sur le rayon moyen ($R_\mu = 35.10^{-6}$ m) avec une microporosités totale égale à $\phi_\mu = 1,82.10^{-3}$. Les paramètres R_μ et ϕ_μ sont tous les deux déterminés par un ajustement du modèle avec des mesures effectuées sur un empilement de coques poreuses sans col. Nous considérons donc $N = \phi_\mu S_S / S_\mu$ micropores ayant k rayons différents (entre $R_{\mu 1} = 20.10^{-6}$ m et $R_{\mu 2} = 50.10^{-6}$ m). Chaque ensemble de micropores a le même poids ϕ_μ/k . Dans ce cas, les déplacements de l'air dans les micropores et les pertes visqueuses associées sont prises en compte. Par souci de simplicité, nous ne présentons que les équations du mouvement en considérant que tous les micropores ont le même diamètre

$$\begin{cases} -\omega^2 m_c u_c = -S_c \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_c + F_c(u_c, u_s), \\ -\omega^2 m_s u_s = -k_s u_s - S_s \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_s - F_c(u_c, u_s) - N F_\mu(u_\mu, u_s), \\ -\omega^2 N m_\mu u_\mu = -N S_\mu \frac{K_0}{V_0} J - p^{\text{ext}} S_\mu - N F_\mu(u_\mu, u_s), \end{cases} \quad (18)$$

avec le flux $J = S_c u_c + S_s u_s + N S_\mu u_\mu$. Les différents cas expérimentaux présentés sur les figures 8, 9 et 10 sont mesurés dans un empilement de 60 résonateurs. Le tableau 3 indique les hauteurs et compacités qui correspondent aux empilements testés.

Les mesures de l'absorption d'un empilement de coques élastiques poreuses sans col sont présentées sur la figure 8. La pente de l'absorption en basses fréquences est remarquablement plus importante en présence de micropores que dans les cas rigide ou imperméable. L'absorption est d'ailleurs presque doublée près du pic. Ce type de résultats est classique dans les matériaux à double porosité [15]. La comparaison avec le modèle montre qu'il permet de décrire fidèlement l'évolution de l'absorption en fréquence et en amplitude.

Configurations	Hauteur h	Compacité C
Non percées	$25,86 \pm 1,13$ mm	0,56
Percées ($d_c=0,6$ mm, $l_c=t$)	$25,04 \pm 0,45$ mm	0,58
Percées ($d_c=1,3$ mm, $l_c=5$ mm)	$28,56 \pm 1,99$ mm	0,51

Tabl. 3 : Épaisseurs et compacités des empilements testés pour 60 coques élastiques. Les dimensions sont en millimètres
Heights and compacities corresponding to the 60 porous shells.

Lorsque l'empilement est composé de coques élastiques poreuses percées avec un trou de 0,6 mm de diamètre sur l'épaisseur de la coque, les pics d'absorption correspondant au $\lambda/4$ et à la fréquence de Helmholtz sont visibles, comme le montre la figure 9. Le modèle capture assez bien tous les phénomènes présents sur les courbes d'absorption.

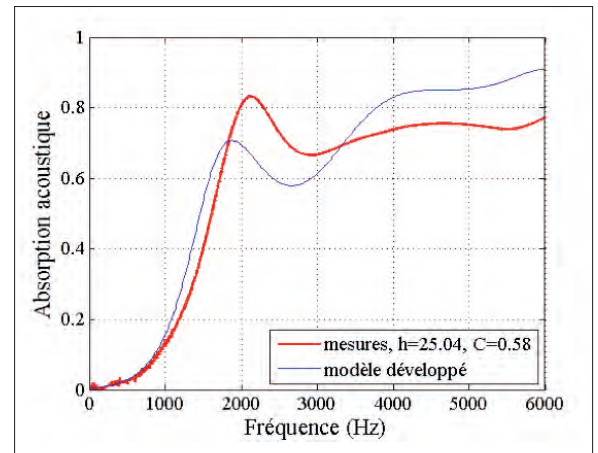


Fig. 9 : Absorption acoustique d'un empilement de coques élastiques poreuses avec un trou de diamètre $d_c=0,6$ mm et comparaison avec le modèle développé
Acoustic absorption measured for a granular packing of poroelastic shells with a hole of $d_c=0,6$ mm diameter and comparison with the developed model

L'ajout d'un col dont l'épaisseur est grande devant celle de la coque, entraîne un abaissement de la fréquence en $\lambda/4$ et de Helmholtz. La figure 10 présente la comparaison de mesures avec le modèle. Il apparaît que le modèle décrit assez fidèlement les fréquences des pics d'absorption en $\lambda/4$ à 1860 Hz et le pic d'absorption de Helmholtz à 3 160 Hz, même si ce dernier est moins marqué par rapport au cas rigide (figure 4) à cause de la microporosité.

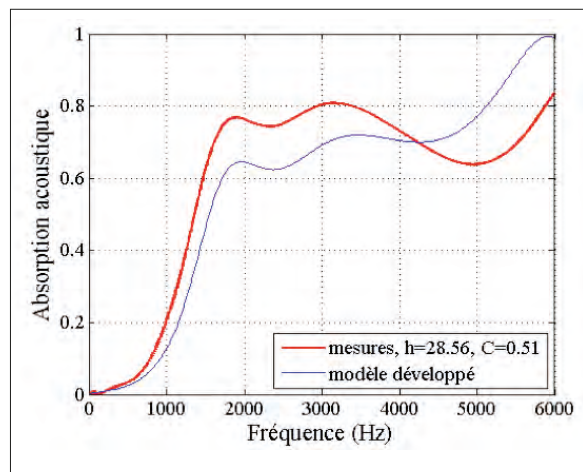


Fig. 10 : Absorption acoustique d'un empilement de coques élastiques poreuses munies d'un col de diamètre $d_c=1,3$ mm et de longueur $l_c=5$ mm et comparaison avec le modèle développé
Acoustic absorption measured for a granular packing of poroelastic shells with a neck of $d_c=1.3$ mm diameter and $l_c=5$ mm length and comparison with the developed model

Conclusion

L'absorption acoustique d'un milieu constitué de coques sphériques de 5 mm de diamètre en élastomère a été présentée. Ces coques peuvent être rigides ou élastiques, percées ou munies d'un col (résonateur de Helmholtz) et enfin poreuses ou rendues imperméables.

Un modèle de milieu effectif a été proposé. Il étend le modèle de Boutin et coll. aux configurations étudiées en résolvant les équations locales de l'élasticité de la coque couplées à la dynamique du fluide interne.

Des mesures couvrant la diversité des configurations ont été réalisées et le modèle présente un bon accord tant pour la prédiction des fréquences absorbées que de leurs amplitudes.

En résumé :

- i) Les résonateurs de Helmholtz permettent une augmentation significative de l'absorption près de leur résonance et diminuent le module d'incompressibilité effectif du matériau.
- ii) La microporosité permet une augmentation de l'absorption en basse fréquence en l'absence de col. Quand un col est présent (résonateur de Helmholtz), elle ajoute une absorption large bande.
- iii) Sans col, le mode de respiration des coques est un résonateur efficace. Cependant son effet n'a pu être observé que numériquement. Quand un col est présent (résonateur de Helmholtz élastique), l'élasticité de la coque permet de décaler cette fréquence en basse fréquence. Des travaux sont en cours pour fabriquer des billes plus

finies et plus souples et étendre cette étude à l'isolation en transmission.

Ce type de matériaux est donc prometteur et absorbe les ondes sonores plus efficacement que des billes rigides ou pleines. Chaque grain est une brique élémentaire qui pourra être utilisée pour construire des métamatériaux pour l'isolation acoustique. Par exemple, des grains de différentes tailles peuvent être mélangés afin d'accroître la compacité et la dissipation ou alors les résonateurs peuvent être accordés pour distribuer les pics d'absorption associés sur l'ensemble du spectre. Le modèle est maintenant assez mature pour dépasser le simple concept et être optimisé [16] pour absorber plus efficacement les basses fréquences dans un encombrement réduit.

Remerciements

Ce travail a été en partie réalisé dans le cadre du projet ANR METAUDIBLE No. ANR-13-BS09-0003-01 financé conjointement par l'ANR et la FRAE.

Références bibliographiques

- [1] J.-F. Allard, M. Henry, J. Tizianel, L. Kelders et W. Lauriks, «Sound propagation in air-saturated random packings of beads,» J. Acoust. Soc. Am., 104(4), pp. 2004-2007, 1998
- [2] O. Dazel et V. Tournat, «Nonlinear Biot Waves in porous media with application to unconsolidated granular media,» J. Acoust. Soc. Am., 127(2), pp. 692-702, 2009
- [3] C. Boutin et C. Geindreau, «Periodic homogenization and consistent estimates of transport parameters through sphere and polyhedron packings in the whole porosity range,» Phys. Rev. E, 82, p. :036313, 2010
- [4] J.-D. Chazot et J.-L. Guyader, «Transmission loss of double panels filled with poroelastic materials,» J. Acoust. Soc. Am., 126(6), pp. 3040-3048, 2009
- [5] C. Boutin, «Acoustics of porous media with inner resonators,» J. Acoust. Soc. Am., 134(6), pp. 4717-4729, 2013
- [6] J.-P. Groby, B. Nennig, C. Lagarrigue, B. Brouard, O. Dazel et V. Tournat, «Enhancing the absorption properties of acoustic porous plates by periodically embedding Helmholtz resonators,» J. Acoust. Soc. Am., 1(137), pp. 273-280, 2015
- [7] C. Boutin et F.-X. Becot, «Theory and experiments on poro-acoustics with inner resonators,» Wave Motion, 54(0), pp. 76-99, 2015
- [8] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambat, W. Srituravanich, C. Sun et X. Zhang, «Ultrasonic metamaterials with negative modulus,» Nat. Mater., 5(6), pp. 452-456, 2006
- [9] A. N. Norris et G. Wickham, «Elastic Helmholtz resonators,» J. Acoust. Soc. Am., 93(2), pp. 617-630, 1993
- [10] D. M. Photiadis, «The effect of wall elasticity on the properties of a Helmholtz resonator,» J. Acoust. Soc. Am., 90(2), pp. 1188-1190, 1991
- [11] W. E. Baker, «Axisymmetric Modes of Vibration of Thin Spherical Shell,» J. Acoust. Soc. Am., 33(12), p. 1749, 1961
- [12] J.-F. Allard et N. Atalla, Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials, 2nd ed., New York: John Wiley & Sons, 2009
- [13] D. Lafarge, P. Lemarinier, J.-F. Allard et V. Tarnow, «Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies,» J. Acoust. Soc. Am., 102(4), pp. 1995-2006, 1997
- [14] K. U. Ingard, «On the theory and design of acoustic resonators,» J. Acoust. Soc. Am., 25, p. :1073, 1953
- [15] X. Oluy et C. Boutin, «Acoustic wave propagation in double porosity media,» J. Acoust. Soc. Am., 114(1), pp. 73-89, 2003
- [16] V. Romero-Garcia, G. Theocharis, O. Richoux, A. Merkel, V. Tournat et V. Pagneux, «Perfect and broadband acoustic absorption by critically coupled sub-wavelength resonators,» Scientific Reports, vol. 6, p. 19519, 2016.