

# Capteurs résonants M/NEMS et phénomènes non linéaires

**Najib Kacem, Sébastien Hentz**  
CEA-LETI  
MINATEC  
17, rue des martyrs  
38054 Grenoble Cedex 9  
E-mail : sebastien.hentz@cea.fr

**Sébastien Baguet, Régis Dufour**  
CNRS UMR 5259  
INSA-Lyon  
LaMCoS  
Bâtiment Jean d'Alembert  
18-20, rue des sciences  
69621 Villeurbanne Cedex  
E-mail : regis.dufour@insa-lyon.fr

10

## Contexte et motivation

Les importantes avancées dans la micro-fabrication des M/NEMS (Micro et Nano Electro-Mechanical Systems) de ces dernières années ont apporté des développements conséquents dans la navigation, les télécommunications, les jeux vidéo, etc.

Depuis le milieu des années 80, la majorité de ces systèmes fonctionne grâce à des micro résonateurs qui sont utilisés comme capteurs [1]. Mais c'est dans les années 90, pour répondre aux besoins de système de communication sans fil, que les résonateurs de type MEMS, dotés de grand facteur de qualité et de haute fréquence de fonctionnement ont été développés. Aujourd'hui ce sont les NEMS qui sont au cœur des recherches fondamentales et appliquées. En 2010 les capteurs résonants M/NEMS de type accéléromètres et gyroscopes devaient représenter un marché de 2 500 M€ et de 800 M€ respectivement. En ce qui concerne en particulier les gyromètres MEMS, on distingue trois grands domaines applicatifs: Le domaine automobile (environ 80% du marché avec plus de 25 millions d'unités vendues par an, pour principalement les GPS, la détection de roulis et l'ESP<sup>1</sup>), le domaine grand public (secteur d'application nécessitant des performances assez faibles mais avec des objectifs de coût très agressifs, encore réduit en terme de part de marché, mais c'est aussi celui qui présente avec le marché automobile le plus de potentiel de développement de croissance, pour les systèmes de stabilisation pour les scanners optiques, les appareils photos, les caméscopes, et très prochainement dans le marché très prometteur des jeux comme l'entrée fulgurante de la console Nintendo Wii), le domaine avionique/défense (les applications concernent principalement les UMI (unités de mesure inertielle) pour la navigation, la stabilisation de plates-formes, le guidage de missile), voir la figure 1.

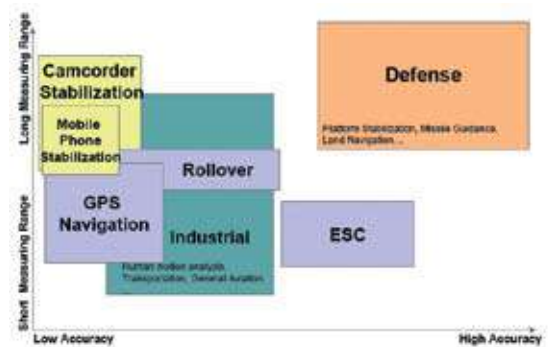


Fig. 1 : Applications des gyromètres en fonction de leur classe

La plupart des NEMS sont des dispositifs résonants avec des dimensions submicroniques. À ce niveau de taille, les NEMS ont des fréquences de résonance extrêmement hautes pouvant atteindre 1 GHz, des masses actives faibles, des constantes de force tolérables et des facteurs de qualité très élevés, de l'ordre de 100 à 10000. Cet ensemble d'attributs confère aux résonateurs NEMS une multitude d'applications technologiques comme les capteurs de force ultra-sensibles, les filtres à très grande bande passante, les capteurs de masse, [2]. Grâce à sa simplicité et son rendement, l'activation électrostatique est la technique la plus utilisée.

La conception des capteurs résonants se doit donc d'intégrer sur un même dispositif, des parties MEMS pour la masse, les pistes des électrodes les ancrages mécaniques et des parties NEMS pour les électrodes et le ou les résonateurs. Tout cela pour diminuer les dimensions du capteur et améliorer ses performances.

Cependant les capteurs résonants de type M/NEMS ont un comportement non linéaire qui se produit rapidement à cause de leurs dimensions sub-microniques.

1- Electronic Stability Program ou ESC pour Electronic Stability Control

La clé essentielle de leur conception est de pouvoir maîtriser d'une part les non-linéarités géométrique et électrostatique qui réduisent la gamme dynamique et dégradent la précision de mesure de l'amplitude de résonance critique, et d'autre part les niveaux de sollicitation, cause de pull-in (collage du résonateur sur l'électrode) et de risque de ruine du capteur, [3-5].

Il s'agit donc de développer des modèles capables de prendre en compte les sources physiques de non-linéarités les plus prépondérantes et qui sont cruciales dans l'évaluation des performances des micro- et nano- capteurs. À l'heure actuelle, ils peuvent être fondés soit sur des codes aux éléments finis du commerce soit sur des modèles analytiques simplifiés. Les premiers offrent la modélisation de comportements mécaniques complexes, mais leur trop grand nombre d'équations constitue un frein aux analyses paramétriques qu'autorisent les seconds.

Cet article présente tout d'abord le principe de fonctionnement d'un capteur résonant M/NEMS puis s'intéresse, au travers d'un modèle analytique, à différents phénomènes non linéaires se produisant dans un résonateur M/NEMS. Il est notamment présenté un modèle basé sur la décomposition modale par projection de Galerkin sur le mode actif de la structure couplé avec une méthode de perturbation dite méthode de la moyenne, [6-7].

### Principe de fonctionnement d'un accéléromètre M/NEMS et non-linéarités attendues

Dans les résonateurs, la poutre cantilever est équipée classiquement de deux électrodes, une pour l'activation, l'autre pour la détection. Une tension continue fléchit la poutre alors qu'une tension alternative harmonique la sollicite sur sa fréquence fondamentale. Idéalement il s'agit de faire vibrer le résonateur au maximum d'amplitude tout en conservant stabilité et linéarité. La Figure 2 présente le schéma de fonctionnement et une photo MEB du micro-accéléromètre.

Sous cette configuration le résonateur admet une grande sensibilité à une charge axiale variable dans le temps et

qui peut être fournie par une force d'inertie d'une masse sismique soumise à une accélération  $\gamma$  constante ou à variation lente en comparaison de la fréquence d'activation. La charge axiale induit une variation de la fréquence fondamentale du résonateur, et aussi de la fréquence d'activation, car l'électrode d'activation est implémentée dans la boucle de contrôle. La mesure de la variation de fréquence conduit à la connaissance de la charge axiale, voir Figure 3.

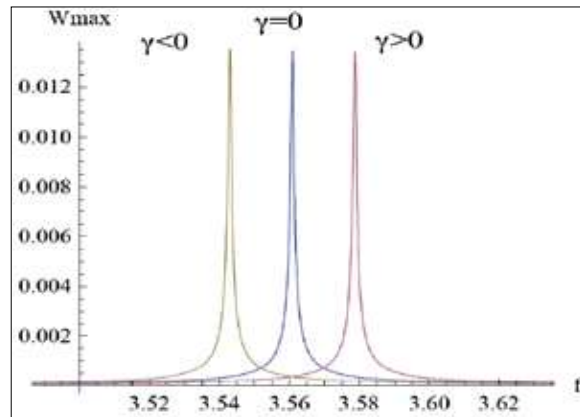


Fig. 3 : Réponse en fonction de la fréquence d'activation adimensionnée

La poutre résonateur au cœur du capteur M/NEMS a un déplacement latéral  $W$  régi par une équation différentielle qui inclut des termes, d'excitation paramétrique [8], non linéaire d'amortissement, et cubique en déplacement. C'est donc un oscillateur de Mathieu - Van der Pol - Duffing où cohabitent des non-linéarités géométriques et électriques et qui influent sur le comportement dynamique.

Cette combinaison se retrouve dans d'autres systèmes mécaniques comme de transmission de puissance par lien souple [9]. L'équation différentielle est traitée en utilisant la méthode de Galerkin à un seul mode et la méthode de la moyenne. Les deux équations différentielles ordinaires non linéaires obtenues décrivent la modulation de la phase et de l'amplitude de la réponse fréquentielle du résonateur.

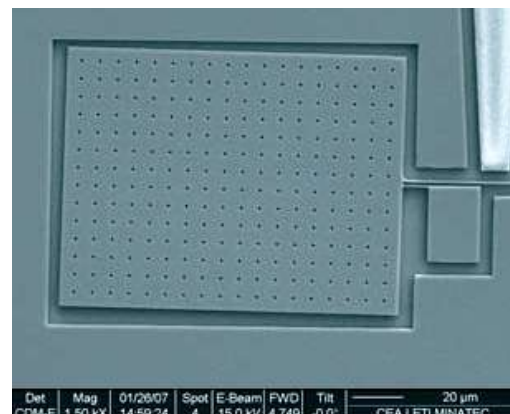
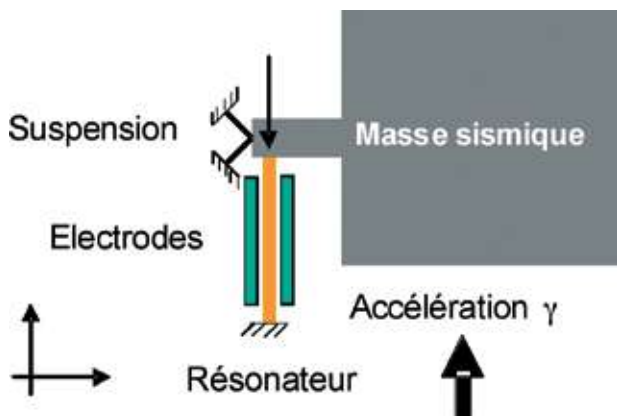


Fig. 2 : Schéma (a) et image MEB (b) d'un accéléromètre M/NEMS soumis à une accélération constante ou variable

Le réglage du gap  $g$  et de niveau de la tension continue  $V_{dc}$  de l'électrode d'activation pilote le type de comportement. La Figure 4 présente les quatre comportements obtenus d'une poutre encastrée-encastrée de longueur de  $200\mu\text{m}$ , de hauteur  $4\mu\text{m}$  et de largeur  $2\mu\text{m}$ . La raideur géométrique en déflexion raidit alors que l'effet électrique assouplit. Il est à noter qu'un bon dosage des paramètres rend le comportement linéaire, élimine le phénomène d'hystérésis sur la courbe de réponse ( $V_{dc}=6\text{V}$ ,  $g=500\text{nm}$ ) et cible donc avec précision la fréquence de résonance.

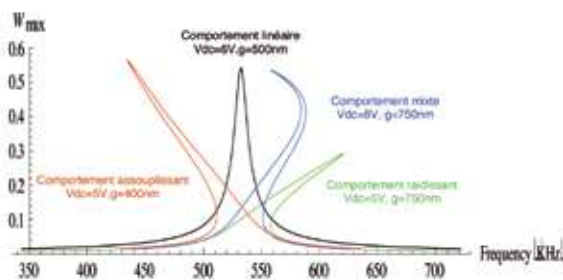


Fig. 4 : Différents types de comportement en flexion dus au paramètre tension continue  $V_{dc}$  et gap  $g$  de l'électrode d'activation

## Les micro-gyromètres M/NEMS

### Les différents types de micro-gyromètres

Le gyromètre est l'un des capteurs les plus difficiles à concevoir et à réaliser, notamment si on le compare à un accéléromètre ou un capteur de pression. En simplifiant à l'extrême, le gyromètre peut être vu comme deux composants MEMS de hautes performances travaillant ensemble : un résonateur à grande amplitude de vibration et haut facteur de qualité vibrant suivant l'axe d'excitation, et un accéléromètre devant mesurer des  $\mu\text{g}$  suivant l'axe orthogonal pour détecter une force de Coriolis de plusieurs ordres de grandeurs inférieures aux forces en jeu dans les accéléromètres conventionnels.

Les gyromètres les plus facilement intégrables en technologies, microsystèmes sont les gyromètres vibrants : la structure mécanique est excitée en vibration selon un mode donné et on détecte une vibration induite par la rotation du capteur selon un autre mode. Parmi ces micro-gyromètres vibrants, on distingue un certain nombre de grandes catégories :

Le principe de gyromètres à masses vibrantes (ou diapason), Figure 5, est le plus utilisé. Ce système est composé de 2 ensembles d'oscillateurs mécaniques. Un premier ensemble est mis en mouvement par une excitation la plus couramment électrostatique; une rotation du capteur crée une force de Coriolis qui vient exciter le deuxième ensemble d'oscillateurs. Ces gyromètres se composent généralement de deux structures identiques excitées en opposition de phase, ce qui permet de réduire la sensibilité aux accélérations parasites; on parle alors de « dual-mass ».

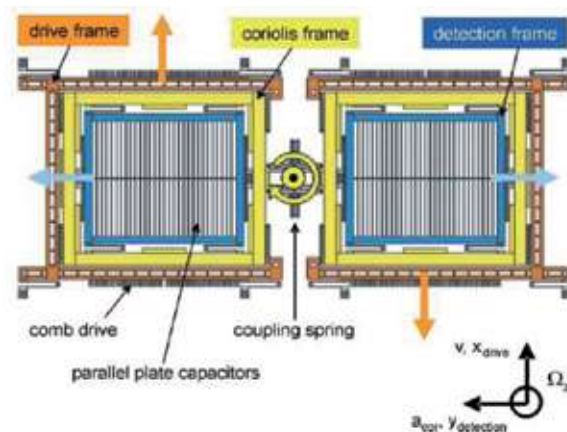


Fig. 5 : Gyromètre à masse vibrante (Bosch)

Les gyromètres à disque oscillant, Figure 6, sont une variation des gyromètres à masses vibrantes « dual-mass ». On peut décomposer ces disques en 4 masses avec 2 masses opposées qui vibrent en opposition de phase en décrivant un arc de cercle proche d'une translation selon  $x$ , et 2 autres masses opposées qui vibrent essentiellement selon l'axe  $y$ . On peut donc mesurer simultanément des rotations selon  $x$  ou  $y$  par une détection des mouvements hors plan.

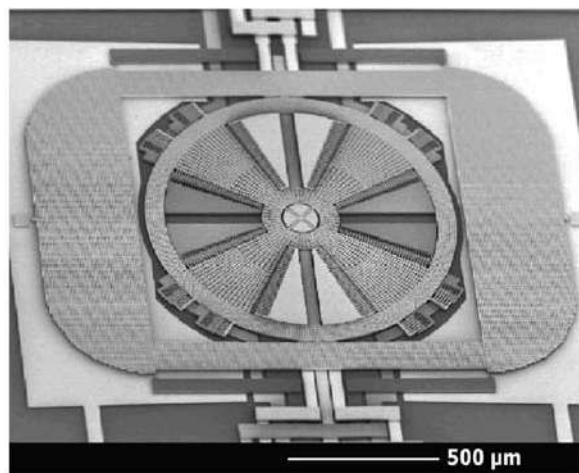


Fig. 6 : Gyromètre à disque oscillant

Dans les gyromètres à anneau vibrant, l'anneau constitue une structure à part: la vibration déforme axialement ses modes elliptiques dans les directions cardinales. En l'absence de rotation hors plan les quatre nœuds se situent à plus et moins  $45^\circ$  de la direction axiale d'excitation. En présence d'une rotation, l'effet Coriolis induit une vibration dans ces directions. Ce déplacement est détecté par des électrodes capacitives. Ce principe n'est utilisable que pour la détection d'une rotation selon  $z$ .

Bien sûr, d'autres principes existent et font l'objet de recherches en cours pour leur trouver des applications.

### Modélisation d'un micro-gyromètre

Le micro-gyromètre étudié ici utilise, comme l'accéléromètre décrit précédemment, des résonateurs basés sur des micro-poutres qui sont le siège de différents types de phénomènes non linéaires [10].

La Figure 7 montre l'image MEB et l'analyse modale EF du micro-gyroscope M/NEMS étudié. Il est composé d'une masse sismique de masse  $m$  liée par des flexibles à un cadre rigide et excitée par une force d'activation  $\vec{F}_{act} \cos \tilde{\Omega}_{act} \tilde{t}$  créée par les peignes inter-digités.

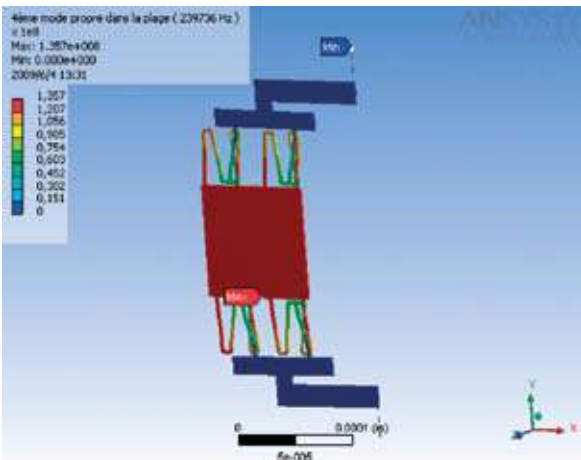
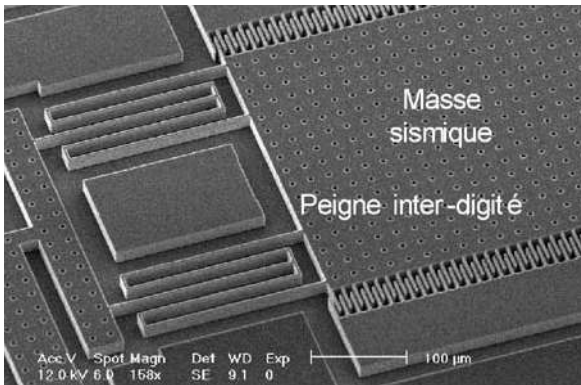


Fig. 7 : Image MEB (a) et analyse modale EF (b) du micro-gyroscope

La fréquence propre du système masse sismique - flexibles est notée  $\tilde{\omega}_{ms}$ . Soit  $v$  la vitesse de la masse selon l'axe X et  $\tilde{\Omega}_{Ext}$ , la vitesse angulaire autour de l'axe Z, à laquelle est soumis le gyroscope. Par conséquent la force,  $\vec{F}_{Cor} \cos \tilde{\Omega}_{act} \tilde{t}$  avec  $\vec{F}_{Cor}$ , le module de la force de Coriolis  $\vec{F}_{Cor} = 2m\vec{V}_{Act} \wedge \tilde{\Omega}_{Ext}$ , est appliquée à la masse et transmise par les flexibles au cadre et donc aux deux résonateurs. Compression et traction périodiques des résonateurs modulent leur fréquence fondamentale en flexion. Chacun des deux résonateurs est activé sur sa fréquence fondamentale  $\tilde{\omega}_r$  par une électrode de voltage  $V(\tilde{t}) = V_{dc} + V_{ac} \cos(\tilde{\Omega}_{Elect} \tilde{t})$  qui fait partie d'une boucle de contrôle, voir la Fig.8.

Dans la configuration présentée l'électrode d'activation a aussi le rôle de détection. Un paramètre de modulation  $\sigma$  est introduit de telle façon que  $\tilde{\Omega}_{Elect} = \tilde{\omega}_r + \epsilon\sigma$  : ainsi la vitesse de rotation  $\tilde{\Omega}_{Ext}$  appliquée au micro-gyroscope peut être connue en démodulant la fréquence ce qui est facilité par des constantes de temps différentes pour les fréquences d'activation de la masse sismique et de l'électrode. Classiquement elles sont telles que  $\tilde{\Omega}_{act} \simeq 200kHz$  et  $\tilde{\Omega}_{Elect} \simeq 10MHz$ .

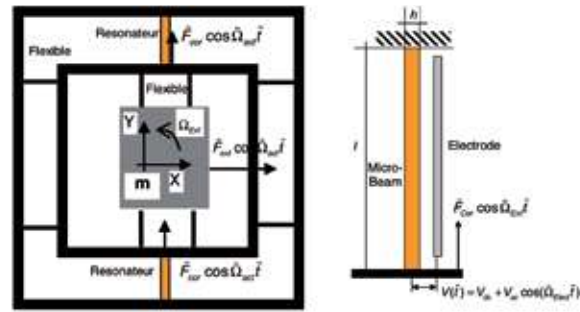


Fig. 8 : Schémas du micro-gyroscope (a) et du résonateur (b) forcé à vibrer en flexion par l'électrode sur sa fréquence fondamentale

Le résonateur, Figure 8b est donc une micro-poutre qui a une longueur  $l$ , une largeur  $b$ , une épaisseur  $h$ , une masse volumique  $\rho$ , un module de rigidité  $EI$ , un coefficient d'amortisseur visqueux  $\tilde{c}$ , et une déflexion transverse  $\tilde{w}$  qui en régime forcé permanent est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\rho b h \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{t}^2} + \tilde{c} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{t}} + EI \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^4} + \left[ \tilde{N} + \vec{F}_{Cor} \cos \tilde{\Omega}_{Act} \tilde{t} + \frac{E b h^3}{2l} \int_0^l \left( \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 d\tilde{x} \right] \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{b C_n [V_{dc} + V_{ac} \cos(\tilde{\Omega}_{Elect} \tilde{t})]^2}{(g - \tilde{w})^2} \quad (1)$$

où  $\tilde{N}$  est la pré-charge axiale,  $g$  le gap électrode-résonateur,  $\epsilon_0$  la constante diélectrique du gap moyen,  $\tilde{t}$  le temps et  $\tilde{x}$  la variable d'espace. La constante  $C_n$  prend en compte l'effet de bord du système résonateur-électrode. Dans le premier membre de l'équation (1), le premier terme correspond à la force d'inertie, le second à la force de dissipation, le troisième à la force élastique et le quatrième correspond à la raideur géométrique qui dépend de la pré-charge axiale, de la force de Coriolis, et de la déflexion. Il porte la non linéarité géométrique et l'excitation paramétrique. Le terme dans le second membre procure la non linéarité électrostatique.

#### Influence des non linéarités mécanique et électrostatique sur la réponse harmonique

L'équation (1) est traitée sous une forme adimensionnelle [11]. Comme le mode fondamental est prédominant, un modèle réduit à une seule équation adimensionnelle est obtenu en utilisant la méthode Galerkin basée sur le premier mode de flexion de la poutre-résonateur encastrée-encastrée. L'équation obtenue est celle de l'oscillateur de Mathieu - Van der Pol - Duffing.

En estimant que le résonateur a une faible déflexion, la méthode de perturbation utilisée fait appel à la méthode de la moyenne pour déterminer la réponse non linéaire proche de la résonance fondamentale.

Le module  $w_{\max}$  de la déflexion adimensionnée  $w = \tilde{w}/g$  est reportée sur la figure 9 quand la fréquence d'activation créée par le peigne inter-digité calée sur la fréquence de la masse sismique,  $\tilde{\Omega}_{act} = \omega_{ms}$ , et pour trois valeurs de vitesse angulaire  $\tilde{\Omega}_{Ext}$ .

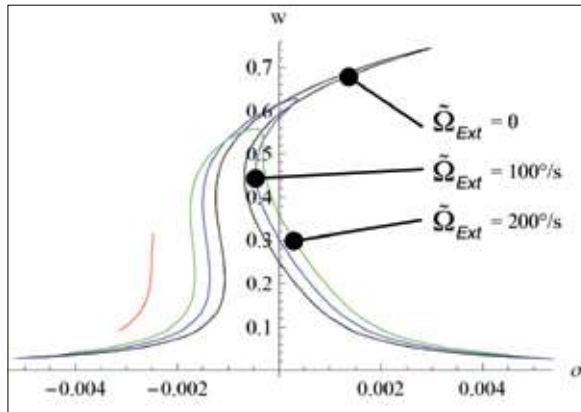


Fig. 9 : Réponse forcée non linéaire du résonateur ( $l=100\mu\text{m}$ ,  $b=5\mu\text{m}$ ,  $h=2\mu\text{m}$ ) quand et pour  $\tilde{\Omega}_{act} = \omega_{ms}$  plusieurs valeurs de vitesse angulaire extérieure

La réponse montre un comportement assouplissant dû à l'effet électrostatique combiné à un effet raidissant dû à la non linéarité géométrique ce qui conduit à un phénomène d'hystérésis. Un balayage pas à pas en fréquence en montée et en descente réalisée de façon soit expérimentale soit numérique par une intégration temporelle, peut mettre en évidence ce type de réponse. De plus l'amplitude de la réponse décroît quand la vitesse angulaire  $\tilde{\Omega}_{Ext}$  croît. Ce dernier phénomène combiné au phénomène d'hystérésis pénalise la détermination de  $\tilde{\Omega}_{Ext}$ .

L'analyse des points de bifurcations, non présentée ici, permet de déduire l'amplitude critique ainsi que l'instabilité de pull-in du nano-résonateur. Le modèle offre la possibilité d'optimiser les performances des capteurs M/NEMS à détection fréquentielle par suppression d'hystérésis.

Pour supprimer l'hystérésis il pourrait être judicieux de régler les paramètres de géométriques [12] ou d'introduire une autre haute fréquence d'excitation comme Belhaq et Fahsi le proposent dans [13].

## Conclusion

Les capteurs résonants de type M/NEMS jouent et joueront un rôle essentiel dans les nouvelles technologies. Cependant leur comportement est souvent fortement non linéaire ce qui est préjudiciable à la précision de la mesure exigée.

Les résonateurs M/NEMS analysés ont des comportements complexes combinant raidissements, assouplissements, instabilités latérales car régis par des larges déflexions, des excitations paramétriques, des couplages géométrique et électrique.

Ces comportements nécessitent une conception soignée qui doit s'appuyer sur des modèles les plus simples possibles mais tout en gardant leur pertinence pour modéliser au mieux les différents phénomènes physiques en jeu.

## Remerciements

Les auteurs remercient le CEA-LETI du soutien de cette recherche

## Références bibliographiques

- [1] Elwespoek, M., Wiegierink, R., 2001, Mechanical Microsensors. Springer, Berlin.
- [2] Younis M. I., Alsalem F., 2009, Exploration of New Concepts for Mass Detection in Electrostatically-Actuated Structures Based on Nonlinear Phenomena Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Vol. 4 / 021010-1.
- [3] Nayfeh, A. H., Younis, M.I., and Abdel-Rahman E. M., 2007, Dynamic pull-in phenomenon in MEMS resonators, Nonlinear Dynamics, Vol. 48, pp. 153-163
- [4] Kacem N., Hentz S., Baguet S., Dufour R., 2009, Pull-in retarding in nonlinear Mathieu NEMS resonators under superharmoc excitation, The 2009 Joint ASCE-ASME-SES Conference on Mechanics and Materials, Blacksburg.
- [5] Kacem N., Hentz S., Pinto D., Reig B., Nguyen V., 2009, Nonlinear dynamics of nanomechanical beam resonators: improving the performances of NEMS-based sensors, Nanotechnology, 20 (2009) 275501 (11pp)
- [6] Nayfeh A H 1981 Introduction to Perturbation Techniques, John Wiley, New York
- [7] Nayfeh A. H., Mook, D. T., 1979, Nonlinear Oscillations, John Wiley, New York.
- [8] Dufour R., Berlioz A., 1998, Parametric instability of a beam due to axial excitations and to boundary conditions, ASME J. of Vibration and Acoustics, Vol. 120, pp. 461-467.
- [9] Michon G., Manin L., Parker R. G., and Dufour R., 2008, Duffing oscillator with parametric excitation : analytical and experimental investigation on a belt-pulley system, ASME J. of Computational Method and Nonlinear Dynamics, Vol. 75, 031001-2, 6 p.
- [10] Asokanathan S. F. and Wang T., 2009, Instabilities in a MEMS Gyroscope Subjected to Angular Rate Fluctuations, Journal of Vibration and Control; 15; 299
- [11] Kacem N., Hentz S., Baguet S., and Dufour R., 2008, Non linear dynamics of Mathieu resonators for resonant gyroscope applications, 12th conference on Nonlinear Vibrations, Dynamics, and Multibody Systems at Virginia Tech., June 1-5, Blacksburg, VA, USA.
- [12] Belhaq M. and Fahsi A., 2008, 2:1 and 1:1 frequency-locking in fast excited van der Pol-Mathieu-Duffing oscillator, Nonlinear Dynamics, Vol. 53, pp. 139-152.
- [13] Kacem N., Hentz S., Baguet S., Dufour R., 2009, Hysteresis suppression in nonlinear Mathieu M/NEMS resonators, ASME-IDETC2009, San Diego.