

Une étude expérimentale du pompage énergétique en acoustique

Romain Bellet,
Bruno Cochelin,
Philippe Herzog,
Pierre-Olivier Mattei

CNRS

Laboratoire de mécanique et d'acoustique
31, chemin Joseph Aiguier
13402 Marseille
E-mail : bellet@lma.cnrs-mrs.fr

Résumé

Cet article présente un dispositif expérimental permettant d'étudier le phénomène de pompage énergétique entre un milieu acoustique et un oscillateur non linéaire. Ce montage permet ainsi d'observer un transfert irréversible d'énergie entre le premier mode acoustique d'un tube et une fine membrane visco-élastique. Divers aspects du pompage énergétique sont présentés : différents comportements sous excitation harmonique, seuil de pompage, capture de résonance et réponses impulsionnelles.

Abstract

This paper presents an experimental vibro-acoustic set-up that aims to reproduce the energy pumping phenomenon between an acoustic medium and an essentially nonlinear oscillator. It shows a one-way irreversible transfer of energy between the first acoustic mode in a tube and a thin visco-elastic membrane. Various observed aspects of energy pumping are presented : different existing behaviors under sinusoidal forcing, pumping threshold, resonance capture and transient response.



La réduction des bruits et des vibrations dans les systèmes mécaniques est un thème de recherche toujours très porteur. De nombreux dispositifs actifs et passifs ont été développés pour améliorer le comportement vibroacoustique des ensembles mécaniques. Dans le domaine passif, par exemple, l'absorption des ondes acoustiques est généralement réalisée par le biais de matériaux absorbants placés sur les parois du domaine. L'efficacité de ce dispositif dépend fortement de la fréquence des ondes à absorber. Pour la vibration des structures, il est souvent fait appel au fameux «résonateur linéaire», constitué d'un système masse-ressort-amortisseur qui est accordé sur la fréquence des vibrations à éliminer.

Dans une série d'articles récents, O. Gendelman et A. Vakakis [1] ont mis en évidence l'intérêt d'un résonateur original constitué d'une masse et d'un ressort à raideur purement non-linéaire, c'est-à-dire sans composante linéaire. Ce système purement non linéaire ne possède pas de fréquence propre et est capable d'osciller librement à n'importe quelle fréquence, ce qui le différencie fortement de son homologue linéaire. Une fois accroché sur un système vibrant, on peut obtenir (sous certaines conditions) des régimes de fonctionnement très particuliers où les échanges d'énergie se font dans un seul sens : du système vibrant vers le résonateur non linéaire. On parle alors de «pompage d'énergie» et cela se traduit par une disparition rapide des oscillations du système linéaire.

Un nombre croissant d'articles est aujourd'hui publié sur ce thème pour augmenter la compréhension théorique du

phénomène de pompage [2] ou pour présenter des possibilités d'applications dans divers domaines. On peut se référer à Gourdon et Lamarque [3] pour le génie parasismique et à Farland et al. [4] et Kerschen et al. [5] pour une validation expérimentale du pompage énergétique sur un système mécanique élastique.

Dans ce travail, nous décrivons un dispositif expérimental original qui a permis, pour la première fois semble-il, de reproduire et d'analyser un transfert irréversible d'énergie (pompage) entre un milieu acoustique clos et un absorbeur non linéaire, constitué d'une fine membrane visco-élastique. La membrane a été dimensionnée afin de vibrer sous de grandes amplitudes dans le but de se comporter comme une raideur essentiellement non linéaire. Cette observation du pompage énergétique en acoustique est un premier pas vers la mise au point d'une nouvelle génération d'absorbeurs acoustiques non linéaires qui seraient efficaces essentiellement en basses fréquences, là où les matériaux absorbants actuels sont inopérants.

Modèles et mise au point d'un dispositif expérimental

Les premières analyses théoriques du pompage utilisaient des systèmes mécaniques très simples constitués de masses et de ressorts linéaires et non linéaires comme celui de la figure 1.

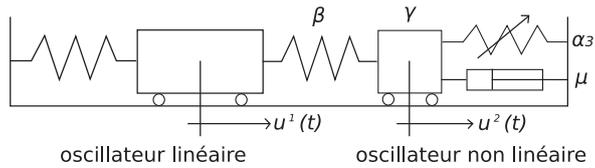


Fig. 1 : Système mécanique à deux degrés de liberté

Ici, le premier oscillateur est un système masse-ressort linéaire classique. Le second est composé d'une masse, d'une raideur non linéaire cubique et d'un amortisseur. En rapportant le temps à la fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire, les équations adimensionnées reliant les positions $u^1(t)$ et $u^2(t)$ des masses sont :

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + u_1 + \beta(u_1 - u_2) &= 0 \\ \gamma \ddot{u}_2 + \alpha_3 u_2^3 + \mu u_2 \beta(u_2 - u_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

avec γ le rapport des masses, β le petit coefficient de couplage, μ le coefficient d'amortissement dans l'oscillateur non linéaire et α^3 le coefficient de raideur cubique. Un tel système permet de reproduire le phénomène de pompage énergétique [4, 6, 5]. Pour des travaux théoriques sur ce système, nous pouvons nous référer à Vakakis et Gendelman [7] et Lee et al. [2].

Notre but a donc été de mettre en place un modèle équivalent à celui représenté par les équations (1) où le système à calmer serait un milieu acoustique. L'idée est de remplacer l'oscillateur mécanique linéaire par l'air contenu dans un tube et vibrant sur le premier mode acoustique de celui-ci, le ressort de couplage par l'air contenu dans une boîte de couplage et l'oscillateur non linéaire par une fine membrane circulaire visco-élastique à peine tendue comme nous pouvons le voir sur le schéma de principe (figure 2).

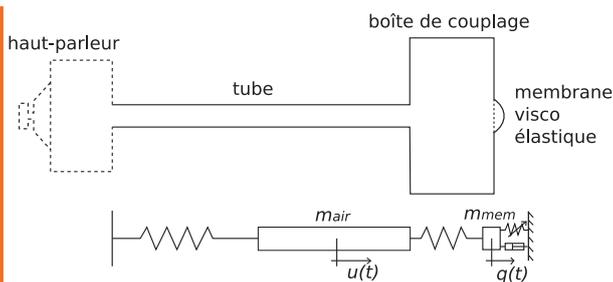


Fig 2 : Schémas de principe du dispositif expérimental acoustique équivalent au système mécanique à deux degrés de liberté de la figure 1

Un modèle continu associé à cette idée peut être développé. Préférant mettre l'accent sur les résultats expérimentaux nous ne présentons ici que les principaux points permettant de construire ce modèle. Celui-ci est obtenu grâce aux équations d'Helmholtz pour l'air contenu dans le tube et aux équations non linéaires de plaque de type Von Kàrmàn pour la membrane. Un modèle de Kelvin-Voigt est adopté pour tenir compte de la viscosité dans la membrane : le second tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff \mathbf{S} est déduit du tenseur de

déformation de Green-Lagrange \mathbf{E} et de sa dérivée temporelle par la relation

$$\mathbf{S} = \mathbf{D} : \left(\mathbf{E} + \eta \dot{\mathbf{E}} \right)$$

où η est le coefficient d'amortissement et \mathbf{D} est le tenseur isotropique de Hooke ne dépendant que du module d'Young \mathbf{E} et du coefficient de poisson ν . En première approximation, le modèle continu peut être réduit à un système à deux degrés de liberté en prenant

$$U(x, t) = u(t) \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

où U est le déplacement de l'air dans le tube (premier mode) et

$$w(r, t) = q(t) \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right)$$

où w est le déplacement transversal de la membrane circulaire (fonction de forme parabolique). Les variables u et q correspondent au déplacement de l'air à l'extrémité du tube (côté boîte de couplage) et au déplacement du centre de la membrane. Dans la boîte, la vitesse acoustique est supposée négligeable et la pression est alors considérée comme spatialement uniforme.

Celle-ci est reliée à la variation de volume par $p = \rho c^2 \frac{\Delta V}{V}$

$$\text{avec } \Delta V = u(t)S_t - q(t) \frac{hS_m}{2}$$

En appliquant une méthode classique de Galerkin, nous obtenons le système réduit suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{u} + u + \beta(u - q) &= 0 \\ \gamma \ddot{q} + \alpha_3 (2\eta\omega \dot{q}^2 + q^3) + \beta(q - u) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

qui ressemble au système (1) excepté pour le terme dissipatif qui est ici non linéaire à cause de la non-linéarité géométrique de la membrane. La partie linéaire de la raideur de la membrane a été négligée en considérant que celle-ci oscille toujours sous de grandes amplitudes. La fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire étant $\omega = \frac{\pi c}{L}$, nous avons :

$$\ddot{u} + u + \beta(u - q) = 0$$

$$\gamma \ddot{q} + \alpha_3 (2\eta\omega q^2 \dot{q} + q^3) + \beta(q - u) = 0$$

où h , R , S^m et ρ^m sont l'épaisseur, le rayon, la section et la masse volumique de la membrane, L et S_t sont la longueur et la section du tube, V est le volume de la boîte de couplage, E le module d'Young de la membrane, ρ_{air} la masse volumique de l'air et c la vitesse du son.

Grâce à ce modèle, nous avons pu simuler le comportement du système et observer pour quelles valeurs des différents paramètres nous pouvions obtenir le phénomène de pompage énergétique. Nous avons ainsi pu dimensionner le montage afin d'avoir :

$$\omega \approx 580 \text{rd / s (92Hz)}, \beta \approx 0,1, \gamma \approx 1, \alpha_3 \approx 10^{-2}.$$

En effet, avec ces valeurs, la simulation montre que le pompage est effectif et que ses conditions d'obtention sont compatibles avec les conditions expérimentales. Les paramètres physiques sont alors $L=2 \text{ m}$, $R=0,03 \text{ m}$, $St=0,0069 \text{ m}^2$, $h=0,46 \text{ mm}$, $E=1,3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $\eta=0,002$, $\rho_m=1000 \text{ kg.m}^{-3}$, $\rho_{\text{air}}=1,2 \text{ kg.m}^{-3}$, $c=340 \text{ m.s}^{-1}$, $V=0,028 \text{ m}^3$.

vibration localisé sur les vibrations dans le tube. Le régime avec pompage correspond quant à lui au premier mode non linéaire de vibration localisé sur la membrane. Un minimum d'énergie à apporter au système est nécessaire pour que le mouvement de la membrane se place sur le premier mode. Ce minimum correspond au seuil d'apparition du pompage. Cette notion de seuil et de bifurcation de régime a été décrite par Vakakis [8].

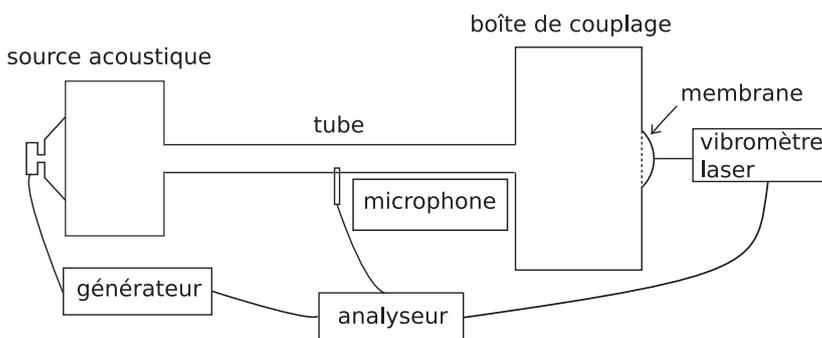
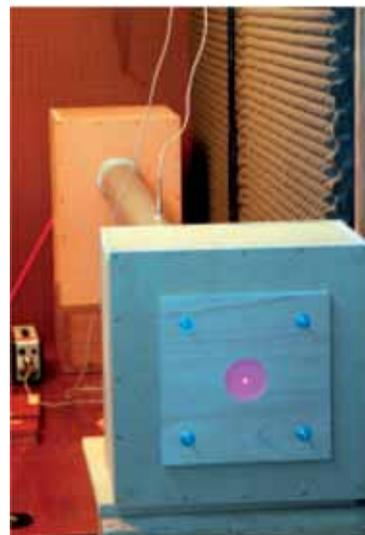


Fig. 3 : Schéma et photo du montage expérimental. Un générateur est utilisé pour contrôler le haut-parleur. Deux mesures recueillies par l'analyseur sont ici possibles : un microphone mesure la pression au milieu du tube (aisément reliable au déplacement de l'air u en bout de tube) et un vibromètre laser mesure la vitesse du centre de la membrane (bien sûr aisément reliable au déplacement q du centre de la membrane)



Résultats expérimentaux

Comportements sous excitation harmonique

Comme nous le voyons sur les figures 4 A, B et C, nous avons pu observer expérimentalement un seuil d'apparition du pompage. Deux régimes stables existent, l'un sans pompage (figure 4 A) lorsque le niveau de la source est inférieur au seuil, l'autre avec pompage (figure 4 C) lorsque le niveau est supérieur au seuil. Un régime instable (figure 4 B) existe également autour du seuil, le pompage est alors activé par intermittence. Le régime sans pompage correspond au second mode non linéaire de

Nous pouvons également observer le phénomène de capture de résonance associé à la bifurcation sur la figure 5 qui est simplement un zoom des figures 4 A (voies 2 et 3) et 4 C (voies 2 et 3). Il est clairement visible que lors de la bifurcation du régime sans pompage vers le régime avec pompage, un décalage de phase a lieu sur les vibrations de la membrane et qu'une résonance 1:1 apparaît entre le système linéaire à calmer et l'absorbeur non linéaire. Le changement de localisation est également bien visible : sans pompage, les vibrations sont localisées sur le tube alors qu'avec pompage, elles sont localisées sur la membrane, c'est-à-dire que la membrane vibre «à la place» de l'air dans le tube, ce qui nous intéresse bien sûr particulièrement.

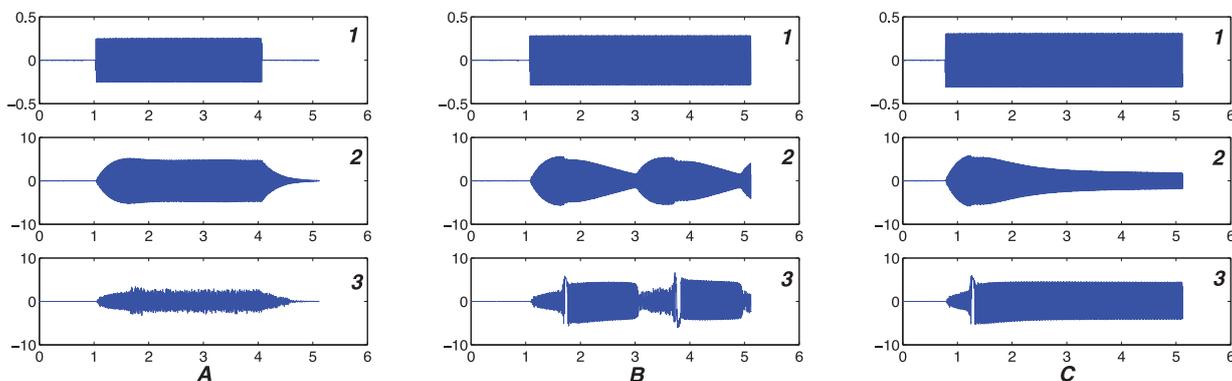


Fig. 4 : Trois comportements différents du système observés expérimentalement : un régime sans pompage (A) pour un niveau d'entrée inférieur au seuil d'apparition du pompage, un régime avec pompage (C) pour un niveau d'entrée supérieur au seuil et un régime intermédiaire instable (B) où le pompage est intermittent pour un niveau d'entrée proche du seuil. Les voies 1, 2 et 3 correspondent respectivement au signal d'entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l'amplitude (V) en ordonnée

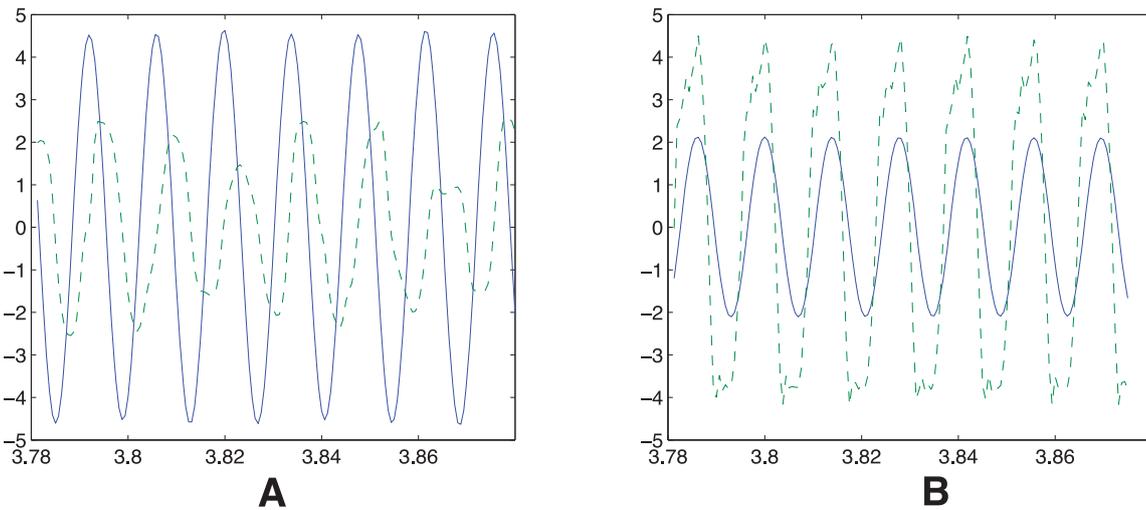


Fig. 5 : Capture de résonance : zoom de la figure 4 pour observer les phases des signaux sans pompage (à gauche) et avec pompage (à droite). Le trait plein correspond à la voie 2 (pression au milieu du tube) et le trait pointillé correspond à la voie 3 (vitesse du centre de la membrane).

Réduction du niveau sonore grâce au pompage

Afin d'observer clairement la réduction du niveau sonore obtenue dans le tube grâce au pompage, nous avons enregistré les signaux dans deux configurations : la première juste avant l'apparition du pompage et la seconde juste après, si bien que, dans les deux cas, le niveau de la source est sensiblement le même. Nous observons sur la figure 6 une diminution d'un facteur deux de l'amplitude sonore dans le tube associée à une nette augmentation des vibrations de la membrane lorsque le pompage est actif.

une simple impulsion pour initier le pompage et observer une réponse impulsionnelle. À la place, nous utilisons une excitation harmonique à la fréquence naturelle de l'oscillateur linéaire que nous coupons soudainement pour observer ensuite les oscillations libres du système. Dans le cas de la figure 7 A, nous sommes sous le seuil de pompage et nous pouvons observer une décroissance exponentielle classique de la pression dans le tube. Pour une valeur plus importante de l'énergie initiale fournie au système, nous obtenons le phénomène de pompage (figure 7 B) et nous pouvons voir une décroissance quasi linéaire de la pression dans le tube,

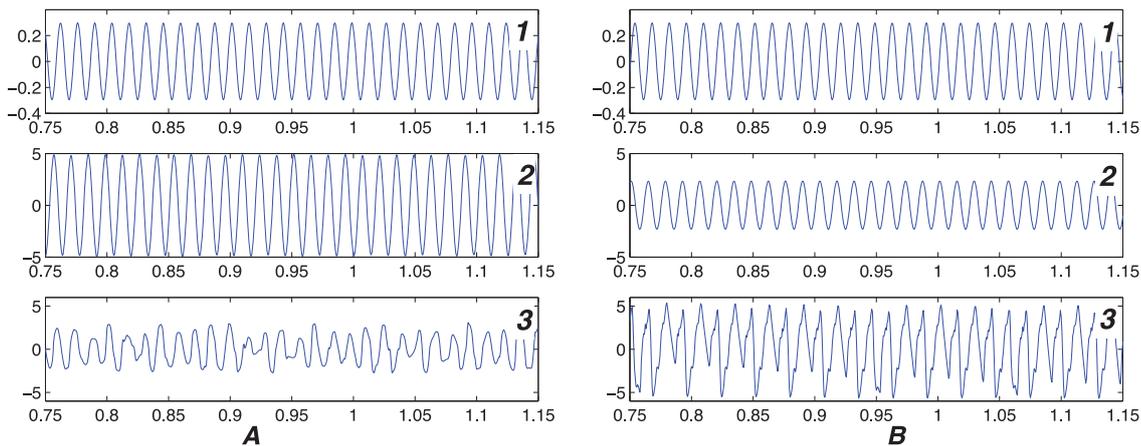


Fig. 6 : Observation de la réduction du niveau sonore dans le tube due au pompage énergétique. Pour un même niveau d'entrée, nous avons à gauche le régime sans pompage et à droite le régime avec pompage. Les voies 1, 2 et 3 correspondent toujours respectivement au signal d'entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l'amplitude (V) en ordonnée.

Comportements impulsionnels

Pour exciter le système, nous utilisons un générateur et un haut-parleur relié au tube par l'intermédiaire d'une boîte de couplage. Expérimentalement, nous ne pouvons pas utiliser

alors que la membrane continue d'osciller avec une amplitude quasi constante. Le fait inhabituel à noter est que l'impulsion la plus importante (au-dessus du seuil de pompage) est plus rapidement dissipée que celle d'intensité plus faible (sous le seuil). Ajoutons que le pompage énergétique agit

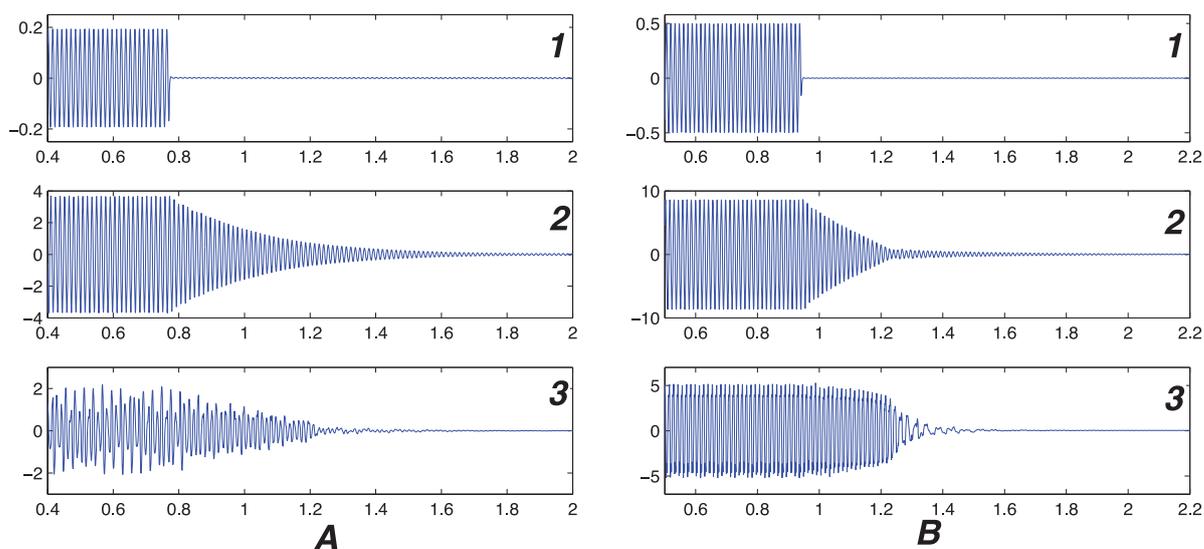


Fig. 7 : Observation de l'extinction sonore dans le tube après coupure de l'entrée. Le niveau initial de l'entrée est inférieur au seuil de pompage sur le graphe A et en est supérieur sur le graphe B. Les voies 1, 2 et 3 correspondent toujours respectivement au signal d'entrée, à la mesure de la pression au milieu du tube et à la mesure de la vitesse du centre de la membrane. Le temps (s) est en abscisse et l'amplitude (V) en ordonnée

ici jusqu'à une complète disparition des oscillations dans le tube. Ces comportements rejoignent ceux qui sont obtenus expérimentalement et numériquement par Gourdon [9] sur un système mécanique à deux degrés de liberté.

Conclusions

Ce dispositif expérimental a permis de mettre en évidence un transfert irréversible d'énergie entre un milieu acoustique et une membrane visco-élastique agissant comme un dissipateur d'énergie. Ce travail représente un premier pas vers une meilleure compréhension de la réduction sonore en basses fréquences utilisant un oscillateur essentiellement non linéaire. Une nouvelle campagne d'essais est en cours afin de mieux comprendre le rôle des différents paramètres et un modèle plus précis est à l'étude afin de mieux représenter certains phénomènes plus subtils apparaissant lors du pompage.

Références bibliographiques

- [1] O. Gendelman, L.I. Manevitch, A.F. Vakakis, R. M'Closkey, Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators, Part I : Dynamics of the underlying Hamiltonian systems. *Journal of Applied Mechanics* 68(1) pp 34-42, 2001.
- [2] Y.S. Lee, G. Kerschen, A.F. Vakakis, P. Panagopoulos, L. Bergman, D.M. Mc Farland, Complicated dynamics of a linear oscillator with a light essentially nonlinear attachment. *Physica D* 204, pp 41-69, 2005.
- [3] E. Gourdon, C.-H. Lamarque, Energy pumping with various nonlinear structures : numerical evidences. *Nonlinear Dynamics* 40(3), pp 281-307, 2005.
- [4] D.M. Mc Farland, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, Experimental study of nonlinear energy pumping occurring at a single fast frequency. *International Journal of Nonlinear Mechanics* 40(6), pp 891-899, 2005.
- [5] G. Kerschen, D.M. Mc Farland, J.J. Kowtko, Y.S. Lee, L.A. Bergman, A.F. Vakakis, Experimental demonstration of transient resonance capture in a system of two coupled oscillators with essential stiffness nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration* 299, pp 822-838, 2007.
- [6] B. Cochelin, P. Herzog, P.-O. Mattei, Experimental evidence of energy pumping in acoustics. *C.R. Mécanique* 334(11), pp 639-644, 2006.

[7] A.F. Vakakis, O. Gendelman, Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators, Part II : Resonance capture. *Journal of Applied Mechanics* 68(1), pp 42-48, 2001.

[8] A.F. Vakakis, Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *Journal of Vibrations and Acoustics* 123, pp 324-332, 2001.

[9] E. Gourdon, N.A. Alexander, C.A. Taylor, C.-H. Lamarque, S. Pernot, Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results. *Journal of Sound and Vibration* 300, pp 522-551, 2007.